د. طـــارق المالكي

الاستدلال في المنطق وتطبيقاته في اللسانيات



الاستدلال في المنطق
وتطبيقاته في اللسانيات

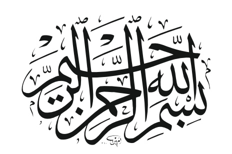
يتضمن هذا الكتاب قسمين متداخلين: تناول القسم الأول بالدراسة ثلاث مقاربات منطقيّة للاستدلال: **مقاربة دلاليّة** تستند إلى مفهوم الصدق حيث يتم الانتقال من المقدمات إلى النتائج عن طريق القيم الصدقيّة الممنوحة للقضايا، فإذا صدقت النتائج كلما صدقت المقدمات كان الاستدلال صحيحا، وتندرج ضمن هذه المقاربة نظريّة النماذج التي طورها 'تارسكي'. **ومقاربة تركيبيّة** ترتكز على مفهوم الاشتقاق والبرهان، ويتم فيها الانتقال من المقدمات إلى النتائج في سياق برهانيّ محدد تؤطره أنساق منطقيّة تتضمن مكوّنين أساسيين: مسلمات وقواعد اشتقاق، ويعد نسق 'هلبرت' والاستنتاج الطبيعيّ لجينتزين وقواعد إعادة الكتابة المشهورة في اللسانيّات من أشهر هذه الأنواع. **ومقاربة حواريّة** وهي طريقة ابتدعها 'لورنزن' الذي نهج طريقة حواريّة في تعريف الاستدلال، وقد تم تعريف الروابط المنطقيّة في سياق الجدل بين متحاورين: الأول ينهض بوظيفة الادّعاء والثاني بوظيفة الاعتراض، وبين الادّعاء والاعتراض تُعرف جميع الروابط المنطقيّة المستعملة. إذا كانت هذه المقاربات تشترك في كيفيّة تركيب القضايا فإنها تختلف في تأويل الروابط المنطقيّة ومن ثم الاختلاف في قبول ورفض بعض الاستدلالات المنطقيّة، وقد حصر هذا الكتاب اختلاف المناطقة في فريقين الأول تقليديّ والثاني حدسيّ ، حاولنا في الكتاب الوقوف على هذه الاختلافات وبيان دواعيها الفلسفيّة من خلال المقاربتين التركيبيّة والحواريّة.

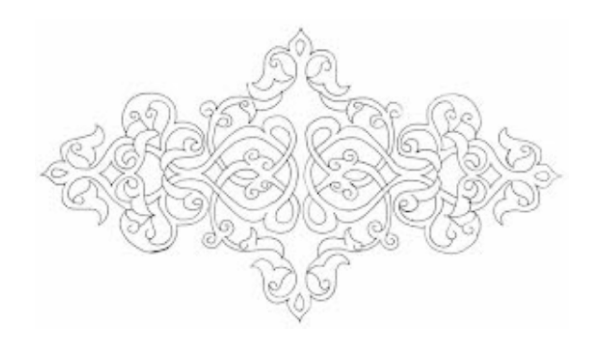
أما القسم الثاني من الكتاب فقد احتوى على فصلين : تفرّد الفصل الأول بالنّظر في تداخلات النّظريّة اللسانيّة التوليديّة مع المنطق الرياضيّ من خلال مفهوم التكراريّة حيث استعان 'تشومسكي' بالنظريّة التكراريّة الرياضيّة في توصيف المقدرة اللغويّة، لذلك عقدنا فصلا كاملا لدراسة التكرار في النظريّة التوليديّة ابتداء من الصيغ القديمة إلى البرنامج الأدنويّ واقفين عند بعض المشاكل اللسانيّة الحديثة من قبيل هل التكرار جزء من النحو الكليّ أم لا. في حين اختص الفصل الثاني بمحاولة صورنة النحو الإعتماديّ (أو العلاقيّ) الذي يعد النحو العربيّ أبرز فروعه، وقد استعنّا بمكوّنين منطقيّين: مكوّن نظريّة المحمولات المنطقيّة التي تناولناها في القسم الأول ثم مفهوم التشاكل البنيويّ، الذي يعتبر مدخلا مهمًا إلى صورنة ما يسمى في النحو العربيّ بالتعليل النحويّ.



ISBN 995774758-4
9789957747589

دار كنوز المعرفة للنشر والتوزيع
عمان - وسط البلد - شارع الملك حسين
ص.ب 712577 عمان (11171) الأردن
هاتف 4655 877 فاكس 875 4655 6 962+
www.darkonoz.com
dar_konoz@yahoo.com info@darkonoz.com
darkonoz.almarefa darkonoz darkonoz





الاستدلال في المنطق

وتطبيقاته في اللسانيات

د. طـــارق المالكي

الاستدلال في المنطق وتطبيقاته في اللسانيات

الطبعة الأولى
2019م 1440هـ



الإستدلال في المنطق وتطبيقاته في اللسانيات
تأليف: **طارق المالكي**
رقم الإيداع لدى دائرة المكتبة الوطنية: 2018/6/2960
ردمك: **978-9957-74-758-9** ISBN
الطبعة الأولى 2019م 1440هـ
حقوق الطبع محفوظة©



دار كنوز المعرفة للنشر والتوزيع

عمان – وسط البلد - شارع الملك حسين
www.darkonoz.com

هاتف **00962 6 4655877** فاكس **00962 6 4655875**
خلوي **00962 79 5525 494**
E-mail: info@darkonoz.com;
dar_konoz@yahoo.com

تصميم الغلاف والإشراف الفني: محمد أيوب

إهداء...

إلى والدي الكريمين أطال الله في عمرهما

إلى زوجتي وأولادي

إلى أخوتي الأعزاء

إلى أصدقائي

أهدي هذا العمل المتواضع

فهرس الموضوعات

الموضوع	الصفحة

الموضوع	الصفحة

الموضوع	الصفحة

الموضوع	الصفحة

الموضوع	الصفحة

شكر خاص

ما كان هذا الكتاب أن يرى النور لولا مجموعة من الأساتذة والأصدقاء الذين كان لهم الفضل في إثراء هذا العمل بنصائحهم وتصويباتهم ويأتي على رأسهم والدي الكريم أحمد بن سي لكبير المالكي الذي راجع معي قسما كبيرا من هذا الكتاب.

كما أذكر رجلين عظيمين : الدكتور حسان الباهي الذي تجشم عناء مراجعة هذا البحث وتصويبه ، كما أذكر صديقي العزيز الأستاذ حسن الكافي الذي شاركني بنصائحه وتصويباته في الكثير من مسائل هذا الكتاب.

والجدير بالذكر والثناء صديقي من مصر الدكتور عبد الرحمان محمد طعمة الذي لم يبخل علي بنصائحه وتوجيهاته التي ساعدتني في إتمام هذا الكتاب.

كما لا أنسى أن أذكر مجموعة من الأصدقاء المقربين من المغرب: ذ.محمد الناسمي، د.منير بن رحال، د.جواد أوباها، ذ.سعيد النقاش، عمر مهديوي، د.وحيدي محمد، د.عبد الحق العماري، د.عبد العالي العامري، ومن العراق الدكتور حسن الأسدي ومن السعودية ذ.يحيى اللتيني ومن مصر أحمد عبد المنعم.

الرموز المستعملة

∽	النفي
∧	الوصل
∨	الفصل
⟸	الاستلزام
↔	الاستلزام الثنائي
⊃	التضمن
∋	الانتماء
∩	التقاطع
∪	الاتحاد
⊣	الاستنتاج الاشتقاقي في نظرية البرهان
⫤	الاستنتاج الدلالي في نظرية النماذج
×	عملية الضرب
+	عملية الجمع
∘	عملية التأليف بين العلاقات
<	أكبر
٨	رمز الكذب المنطقي
٧	رمز الصحة المنطقية
←	رمز يفصل في المتوالية بين السوابق واللواحق

تقديم

كلما ذُكر موضوعُ المنطقِ سبقت إلى الأفهام دلالته على معنى الاستدلال، حتى جُعل الاستدلال عنصرا أساسيا ضمن أغلب الحدود التي تولت تعريف المنطق، وأشهر هذه التعاريف تداولا أن المنطق هو علم الاستدلال الذي يبحث في قوانينَ الانتقالات من قضايا مسلم بها إلى قضايا مطلوبة[1]، فإذا كان هذا التعريف يكاد يحظى بإجماع المناطقة لكن تطبيقه يختلف من نظرية لأخرى، هنا يحضرنا ثلاث مقاربات في تعريف الاستدلال المنطقي ؛

- المقاربة الأولى **دلالية** تقارب الاستدلال مقاربة تستند إلى مفهوم الصدق أي عن طريق إسناد قيم صدقية (كاذب،صادق) للقضايا الواردة في عملية الاستدلال، ومن ثم يفترض هذا الأسلوب وجود دالة صدق تربط مجموع القضايا المعتبرة بمجموع قيم الصدق (صادق،كاذب، غير محددة...).من قبيل إذا كانت القضية التي نرمز لها بالرمز (أ) صادقة فإن نفيها (~أ) كاذبة[2]، وإذا كانت القضية الوصلية (أ وَ ب) صادقة فإن القضية (أ) صادقة[3]، لاحظ معي كيف انتقلنا من قضية لأخرى عن طريق القيم الصدقية الممنوحة للمقدمات والنتائج، يندرج هذا الأسلوب، إذن، ضمن نظرية النماذج.
- إذا كانت المقاربة الأولى تركز على مفهوم الصدق، فإن المقاربة الثانية **تركيبية** بحتة ترتكز على مفهوم 'البرهان' و'الاشتقاق'[4] ويتم فيها تعريف الروابط المنطقية في صيرورة عملية اشتقاق القضايا بعضها من بعض ووجوه ارتباطها،

---

1 انظر ،طه عبد الرحمان ، اللسان والميزان أو التكوثر العقلي ،المركز الثقافي العربي، الدار البيضاء، الطبعة الأولى 1998. يقول ابن سينا : 'فالمنطق علم يتعلم فيه ضروب الانتقالات ، من امور حاصلة في ذهن الإنسان ، إلى امور مستحصلة' ص 126 ، الاشارات والتنبيهات ،مع شرح نصير الدين الطوسي ، تحقيق سليمان دنيا ، دار المعارف ، الطبعة الثالثة،

2 إذا كانت القضية 'طارق كائن حي' صادقة فإن نفيها 'طارق ليس كائنا حيا' قضية كاذبة.

3 مثل : إذا كانت القضية 'طارق أستاذ وطالب علم' صادقة فإن القضية 'طارق أستاذ' صادقة أيضا

4 يتضمن معنى الاشتقاق معنى الإخراج كأن المستدل يُخرج نتيجة مبرهنة عنها من مقدمات.

ويُعد الاستنتاج الطبيعي وحساب المتواليات اللذان وضعهما 'جينتزن'[1] من أشهر هذه الأنواع، حيث أولى أهمية خاصة لقواعد الاستنتاج في حساب القضايا دون اللجوء إلى نماذج صدقية، ويمكن التمثيل لذلك بما يُعرف بقاعدة القطع[2] التي حالما تُطبق على مقدمتين، تُستخلص منهما نتيجة جديدة، وصورتها على الشكل الآتي؛ إذا كانت (أ⟸ب) وَ (ب⟸ج) فإن (أ⟸ج). انظر كيف انتقلنا من المقدمات إلى النتائج دون المرور بدلالة الصيغ (أ، ب،ج)، وبالتالي فإن هذا الأسلوب يقارب عملية الاستدلال في صيرورة الاشتقاق، لذلك يُدرج ضمن نظرية البرهان.

- هناك مقاربة أخرى حظيت باهتمام متزايد، وهي أسلوب **الحوار** في تعريف الاستدلال، إنها طريقة ابتدعها 'لورنزن' في كتابه 'الرياضيات الفوقية'[3] وسماه بالتعريف الفعلي للمنطق[4]،وقد قام بتطويره هو وزميله 'لورنز' في كتاب مشترك '*Dialogische Logik*' وقد اختطا في المنطق مسلكا جدليا[5]. وقد تم تعريف الروابط المنطقية في سياق الجدل بين متحاورين : الأول ينهض بوظيفة الادعاء والثاني بوظيفة الاعتراض ويمكن أن يتبادلا الأدوار، وبين الإدعاء والاعتراض تُعرف جميع الروابط المنطقية المستعملة، وقد توصلا إلى نتائج باهرة منها أن القضية الصحيحة هي القضية يمكن أن تُربح في جميع حالات اللعب بين الخصمين خلافا للطريقة الأولى التي تجعل الصحة والفساد مسألة محسوم فيها قبليا[6].

1 THE COLLECTED PAPERS OF GERHARD GENTZEN. Edited by. M. E. SZABO. Sir George Williams University. Montreal.1969.

2 Cut rule

3 Paul Lorenzen, *Metamathematique* (transl. by J. B. Grize) Mouton de Gruyter, Berlin New York 1967.

4 Effective logic

5 واصل شهيد رحمان أستاذ المنطق بجامعة ليل بفرنسا تلميذ لورنز تطوير المنطق الحواري ...

6 للوقوف أكثر على هذه الاتجاهات المنطقية وتصنيفها أحيل القارئ على كتاب :

E. M. Barth E. C. W. Krabbe (1982) From Axiom to Dialogue: A Philosophical Study of Logics and Argumentation (Foundations of Communication). De Gruyter

لكن قبل الخوض في هذه المقاربات المنطقية يجدر بداية تحديد معنى القضية وطبيعتها:

ما طبيعة القضايا المنطقية؟

يُعنى المنطق في صورته التقليدية بنوع خاص من القضايا وهي القضايا المسماة بالخبرية أي تلك التي تقبل أن نقيمها بقيمتي الصدق 1 أو الكذب 0، مثل القضيتين (- 1-) وَ (- 2-)، اللتين تُدرجهما البلاغةُ العربيةُ القديمة ضمن مسمى الجمل الخبرية.

- 1- تدور الشمس حول الأرض

- 2- المفعول به منصوب والفاعل مرفوع

- 3-هل دخل أحمد إلى المنزل؟

أما القضية (- 3-) فلا يجوز في حقها أن نسند لها قيمة صدقية صدقا أو كذبا، ويُسمى هذا النوع من القضايا في إطار النحو التقليدي بالجمل الإنشائية[1].

توجد في المنطق مرحلتان هامتان تمثلان صيرورة العملية المنطقية؛ تسمى المرحلة الأولى بالتركيب والثانية بالدلالة تسمح المرحلة الأولى بإنتاج الوحدات النحوية للاستدلال أي تتكلف بإنشاء العبارات سليمة التركيب وتمنع في المقابل العبارات غير السليمة، ثم بعد ذلك تأتي مرحلة الدلالة التي تضفي معنى على هذه العبارات[2]، سنناقش اللحظتين في محورين : محور تركيب القضايا ومحور دلالة القضايا.

1 اجتهد بعض التداوليين في إيجاد إطار منطقي حديث يعالج مثل هذا النوع من القضايا وقد سماه كل من سورل وفانديرفيكن بمنطق أفعال الكلام انظر كتابهما المشترك : Foundations of Illocutionary Logic

2 من الراجح أن هذا التقسيم انتقل إلى اللسانيات التوليدية فحصر تشومسكي مهمة النحو الكلي في دراسة كيف يتم اشتقاق العبارات السليمة التركيب بافتراض عمليات تركيبية مجموعية من قبيل عملية الضم Merge ، أما معالجة الدلالة فهي -في إطار البرنامج الأدنوي- مهمة يضطلع بها جهاز دماغي خاص يسمى ببوجيهة أو نسق تصوري.

تركيب القضايا:

من أجل ترجمة الجمل الطبيعية إلى لغة منطقية نحتاج إلى ما يلي:

- مجموعة من الرموز تعبر عن متغيرات قضوية (أ، ب،ج،...)
- مجموعة من الروابط المنطقية (∧،∨،∽،⇐)
- أقواس، معقوفات، حاضنات
- مجموعة من القواعد النحوية تسمح لنا بتركيب القضايا بعضها مع بعض بواسطة الروابط المنطقية، ويفضي تطبيق هذه القواعد التركيبية إلى التمييز بين قضايا سليمة التركيب وأخرى غير سليمة ونجمل عملية تركيب القضايا تكراريا من خلال التعريف الآتي:

تعريف 1:

1. **إذا كانت (أ) قضية تنتمي إلى مجموعة القضايا فإن نفيها (∽أ) يُعد قضية.**
2. **إذا كانت (أ) قضية و (ب) قضية، فإن (أ ∧ ب)، (أ ∨ ب)، (أ ⇐ب) تعتبر قضايا.**
3. **لا قضية يمكن تركيبها خارج القاعدتين 1 و 2.**

هل يمكن اعتبار العبارة (∽∧) قضية سليمة التركيب ؟ هذه العبارة غير مقبولة تركيبيا، لأن القاعدة 1 تمنعها ذلك لأن رابط النفي ∽ يدخل على قضية ولا يدخل على رابط مثله.

هل العبارة (أ σ ب) سليمة التركيب؟ هذه العبارة غير سليمة التركيب بوجود رابط لم يرد في القاعدة 2، والقاعدة 3 تمنع إدخال رابط لا يوجد في 1 و2.

هل تُعد العبارة (أ⇐(د∧أ)) قضية سليمة التركيب؟ نعم فهي مقبولة حسب القاعدة 2 أعلاه.

جراء تطبيق القواعد التركيبية أعلاه تتولد صيغ أكبر انطلاقا من وحدات تركيبية أصغر تسمى هذه الصيغ الأصغر بالصيغ الفرعية وتعريفها على الشكل الآتي:

تعريف 2 (الصيغة الفرعية[1]) : هي الصيغة التي تدخل في تركيب صيغة أوسع جراء تطبيق القواعد التركيبية (من 1 إلى 3).

مثال : الصيغ الفرعية لـلصيغة (أ ∧ ب)⟸ ب هي : أ ∧ ب، أ، ب.

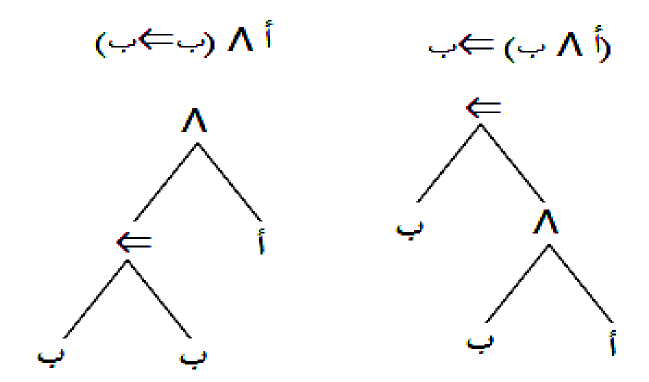
كل صيغة مركبة تتميز بعدد محدد من الرموز المنطقية (∽،∧، ∨، ⟸،↔) التي ترد فيها، في الواقع عدد الرموز المنطقية يعكس عدد مرات تطبيق القواعد، فإذا كان عدد الرموز في الصيغة يساوي 2 فهذا يعني أننا قمنا بإجراء عمليتين منطقيتين، فإذا أردنا معرفة عدد العمليات التي ولدت العبارة (أ ⟸ب) ∧ (أ ∨ ج) فيكفي حساب الرموز المنطقية الواردة في العبارة وهي 3، هذا العدد يسمى بدرجة الصيغة.

تعريف 3 : (درجة الصيغة) هي عدد الرموز المنطقية التي ترد في الصيغة، وتكافئ عدد مرات تطبيق القواعد التركيبية في التعريف 1

مثال : درجة الصيغة (أ) هي 0، درجة الصيغة (أ ⟸ب) هي 1.درجة ((أ ∧ ب)⟸ ب) هي 2.

تلعب الأقواس (،) والمعقفات [،] دورا هاما في قراءة الصيغ السليمة التركيب التي تتولد عن تطبيق القواعد السابقة وذلك بتحديد **مدى** الروابط أي طول العبارة الذي ينطبق عليها رابط ما، فلو تركنا التقويس في الصيغة 'أ ∧ ب⟸ ب' لالتبس الأمر على القارئ واحتملت الصيغة تأويلين مختلفين ؛ فإما أن تعني (أ ∧ ب) ⟸ب أو أ ∧ (ب⟸ب)، ومن أجل بيان الفرق بينهما سنستعين بالتشجير الآتي:

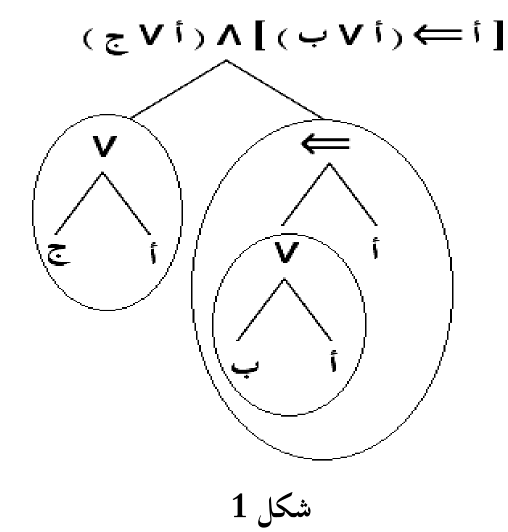
1 Subformulas



مثال 1: ما مدى الروابط ∧ و ⇐في القضية الآتية: **[أ ⇐ (أ V ب)] ∧ (أ V ج)** ؟

مدى رابط الاستلزام ⇐ هو القضيتان أ و أ V ب، أما مدى الرابط ∧ هو العبارتان [أ ⇐(أ Vب)] و (أ V ج).

يمكن الاستعانة بالدوائر في تحديد مدى الروابط في القضية السابقة على الشكل الآتي:



شكل 1

دلالة التركيب:

مع أنه توجد قضايا سليمة التركيب من الناحية النحوية بالمواصفات التي تحدثنا عنها في التعريف 1، لكنها غير مقبولة من الناحية الدلالية مثل القضية الآتية (أ ∧ ~أ) التي تعتبر قضية متناقضة، فلا يمكن أن نقبل قضية ونقيضها في آن واحد، مثل أن نقبل أن الانسان ميت وحي في نفس الوقت.

لكن هل يوجد إجراء بمقتضاه نحكم على قضية بالمقبولية وعدمها ؟ هنا نحتاج إلى إدخال بعد آخر في تقييم القضايا إنه البعد الدلالي حيث يتم فيه تأويل القضايا عن طريق إسنادها قيما صدقية التي يمكن إما أن تكون عبارة عن مجموعة متناهية من القيم مثل (صادق،كاذب)، أو مجال غير محدود من القيم كما هو الشأن مع المنطق المرن الذي طوره لطفي زاده، لكننا هنا سنقتصر على المجال المحدود من القيم صادق،كاذب..

وبناء على هذا ذلك نفترض وجود دالة صدقية تقوم بالربط بين القضايا وقيمها الصدقية[1].

تعريف 4 (دالة الصدق):

تربط دالة الصدق v بين مجموعة من القضايا 'قض' من جهة وقيمها الصدقية { 0،1 } من جهة ثانية:

$$v: \text{قض} \longmapsto \{0,1\}$$

حيث إن الرقم 0 يرمز إلى قيمة كاذب، والرقم 1 يشير إلى قيمة صادق، ومن ثم فجميع القضايا الخبرية تُسند لها بواسطة الدالة v إما قيمة 0 أو 1، واستعمال

---

1 بعض القضايا المنطقية ليس لها معنى في ضوء دالة الصدق التي تحدثنا عنها بحيث من الصعوبة بمكان أن نقرر في انتمائيتها إلى مجموعة القضايا التي نحكم عليها بالصدق أو الكذب وقد أعطى 'لورنز' مثال الأعداد الفردية المثالية ، فمن المعلوم أن العدد المثالي هو مجموع قواسمه من قبيل العدد 6 الذي يساوي مجموع قواسمه (1+2+3=6) ، إذا عرفنا عدد من الأعداد الزوجية لكن في المقابل لا أحد من الرياضيين استطاع ايجاد عدد غير زوجي مثالي ، ومن ثم لا نستطيع أن نعتبر القضية الآتية (يوجد عدد غير زوجي مثالي) قضية صادقة ولا قضية كاذبة مع أننا نتوفر على طريقة إجرائية في حسابها ، ما استدعى من لورنز اعادة النظر في الإطار المنطقي التقليدي الذي ننظر به إلى القضايا ...من أجل هذا الغرض ابتدع طريقة أكثر نجاعة في معالجة هذا النوع من القضايا الذي سماه بالمنطق الحواري.

الأرقام له ما يبرره في المنطق وسنرى فائدته عند القيام بحساب القضايا[1].

مثال :

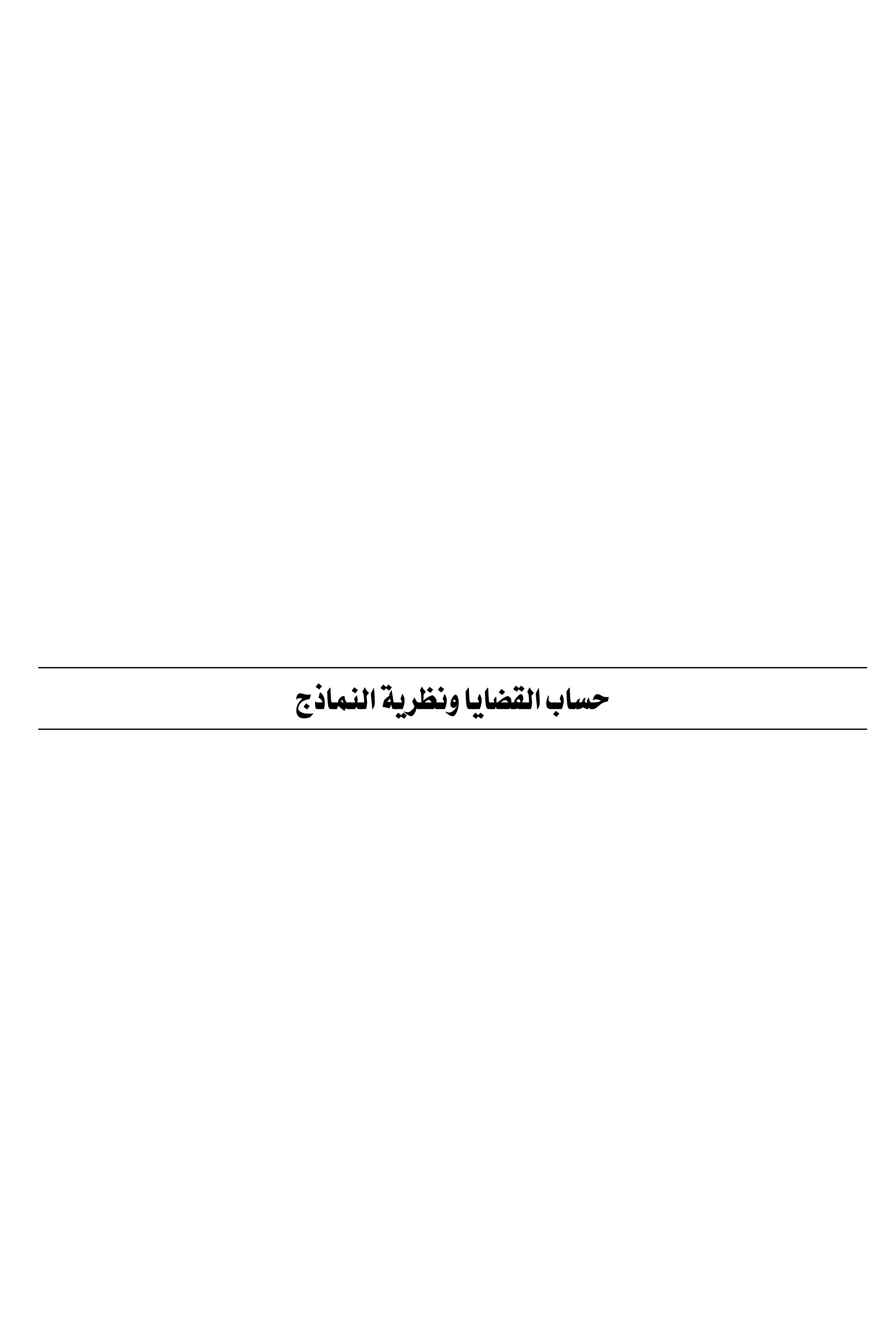
0 =(تدور الشمس حول الأرض) v

1 =(المفعول به منصوب والفاعل مرفوع) v

القضية (- 1-) قضية ذرية، بينما القضية الثانية (- 2-) فهي مركبة من قضيتين مربوطتين[2] برابط منطقي وهو رابط الوصل (وَ)، ومن أجل سهولة حساب القضايا واجتنابا للتطويل سنستغني عن الجمل الطبيعية برموز أو متغيرات قضوية، فالجملة الأولى تُختزل في الرمز (أ) بينما القضية المركبة الثانية فنختزلها في الرمز (ج ∧ د) حيث يرمز ∧ إلى رابط الوصل.

1 يستعمل إميل بوست الرمزين + و- الأول لقيمة الصدق والثاني لقيمة الكذب انظر مقالته الشهيرة في Emil Post,[1921]

2 القضية الأولى المفعول به منصوب والقضية الثانية الفاعل مرفوع



حساب القضايا ونظرية النماذج

1-حساب القضايا ونظرية النماذج[1] :

عندما نُسند قيمة صدقية إلى قضية ما فإن هذه العملية تسمى بالتأويل، وعندما يأخذ هذا التأويل قيمة صدقية صادقة 1 حينها يُسمى هذا التأويل بنموذج[2].

بالنسبة للقضايا الذرية أي تلك التي تتكون من قضية بسيطة فإن الأمر محسوم فيه ؛ فالقضية (أ) ستكون صادقة إذا علمنا أن نقضيها (~أ) كاذب، لكن كيف نتوصل إلى القيمة الصدقية للقضايا المركبة حسب التعريف 1؟ من أجل ذلك سنحتاج إلى تعريف العمليات القضوية (~، ∨، ∧، ⟸) تعريفا دلاليا وهذا ما سنقوم به في هذا الفصل من خلال الاستعانة بجداول الصدق[3].

1.1. العمليات المنطقية:

1.1.1-عملية النفي[4] ~:

يعرف النفي بكونه عملية تدخل على القضايا فتحولها من الإثبات إلى النفي أو العكس، ولما كانت هذه العملية تتخذ قضية واحدة موضوعا لها فإنها عملية أحادية، ويمكن تعريفها على الشكل الآتي:

إذا كانت (أ) قضية صادقة (كاذبة) فإن نفيها سيكون قضية كاذبة (صادقة)[5]

---

1 في حساب القضايا يرتبط النموذج بمفهوم صادق كاذب لكن مع حساب المحمولات من الدرجة الاولى سنستدعي مفاهيم أخرى تناسب هذا النوع من الحساب من قبيل مفهوم البنية والتأويل والتحقق..

2 انظر لورنزن الرياضيات الفوقية ص 2.

3 يعد إميل بوست أول من استعمل جداول الصدق في حساب القيم الصدقية للقضايا ونحيل القارئ على مقالته المشهورة Introduction to a general theory of elementary propositions. يستعمل إميل بوست في مقالته هاته الرمز+ للصدق والرمز – للكذب.

4 للنفي أكثر من رمز فبيانو يستعمل (–) للدلالة على النفي وهناك من يستعمل خط فوق القضية المنفية ، وقد استقر استعمال (¬) بعد هيتين لكن نحن نوثر استعمال رمز راسل واميل بوست. (~)

5 هذا التعريف سيتغير مع الحدسيين فالقضية المنفية (~أ) –حسب الحدسيين- هي القضية التي يؤدي إثباتها إلى التناقض وتكافئ العبارة أ⟸⊥

الجدول الآتي يلخص هذا التقابل:

أ	~أ
0	1
1	0

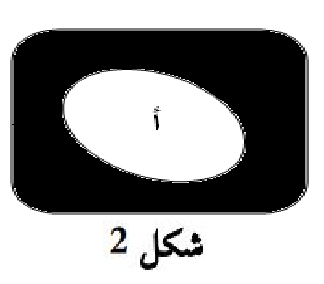
جدول 1:جدول صدق النفي

نحسب القيمة الصدقية للقضية المنفية على الشكل الآتي:

v (~أ) = 1- v (أ)

1.1.1.1.**تأويل مجموعي للنفي:**

بالاستعانة بنظرية المجموعات الرياضية يمكن تأويل قضية بمجموعة أ (شكل 2) ونفيها بالجزء الملون بالأسود.



شكل 2

إذا أمعنت النظر في الشكل 2 ألفيت أن نفي القضية يُمثل بالجزء الأسود، فنفي قضية يقابله في نظرية المجموعات بإتمام مجموعة الذي يرمز له بالرمز : $أ^{c}$ من خصائص الاتمام أن إتمام الإتمام يعيدك إلى المجموعة الأصل أ $\equiv$ $(أ^{c})^{c}$ كذلك نفي النفي يفضي بك إلى إثبات القضية : ~~أ ≡ أ.

2.1.1-عملية الوصل ∧[1] :

في المثال (– 2–) ربطنا قضيتين وهما: 'المفعول به منصوب' و'الفاعل مرفوع' بواسطة رابط الوصل الذي سنرمز له بالرمز (∧) فنتج عن هذا الترابط قضية وصلية (المفعول به منصوب ∧ الفاعل مرفوع)، يتوقف صدق أو كذب هذه القضية الوصلية بشكل كامل على القيم الصدقية التي نمنحها للقضايا التي تدخل في تركيبها، وإذا تأملنا في مضمون القضيتين سنخلص أنهما صادقتان:

1= 𝓋 (المفعول به منصوب) و 1 = 𝓋 (الفاعل مرفوع) ⇐ 1 = 𝓋 (المفعول به منصوب ∧ الفاعل مرفوع)

يلخص الجدول الآتي جميع احتمالات اسناد القيم الصدقية :

أ	ب	أ ∧ ب
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	0

جدول 2 : جدول صدق الوصل

لاحظ أن قيمة صدق القضية الوصلية (أ ∧ ب) تأخذ في جميع الأحوال القيمة الصغرى minimum للقيمتين (أ) أو (ب) وبالتالي نحسب القيمة الصدقية للقضية الوصلية على الشكل الآتي:

$\mathcal{v}$ (أ ∧ ب)= min ($\mathcal{v}$ (أ), $\mathcal{v}$ (ب))

حيث يرمز min إلى القيمة الصغرى للقيمتين أ و ب.

---

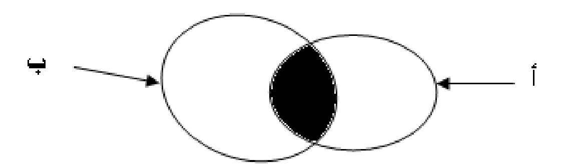
1 يُستعمل للوصل أكثر من رمز فالعالم المنطقي 'بول' يستعمل الرمز (.) و'هلبرت' الرمزَ (&)، و'بيانو' يستخدم الرمز (⌒) ، لكن بعد هينتين 'heyting' استقر استعمال المناطقة على الرمز (∧) ،وهناك من يحتفظ برمزه اللغوي الطبيعي فيستعمل (وَ) ، أما نحن في هذه الدراسة فنستخدم (∧).

هناك ثلاث حالات لحساب القيمة الصدقية للقضية الوصلية المكونة من صيغتين (أ) و (ب) :

$$v(\text{ب} \wedge \text{أ}) \begin{cases} v(\text{ب}) < v(\text{أ}) \Rightarrow \min(v(\text{ب}), v(\text{أ})) = v(\text{ب}) \\ v(\text{أ}) < v(\text{ب}) \Rightarrow \min(v(\text{ب}), v(\text{أ})) = v(\text{أ}) \\ v(\text{أ}) = v(\text{ب}) \Rightarrow \min(v(\text{ب}), v(\text{أ})) = v(\text{أ}) = v(\text{ب}) \end{cases}$$

1.2.1.1. **تأويل مجموعي لرابط الوصل**

يمكن الاستعانة بنظرية المجموعات لتقريب رابط الوصل مفترضين مجموعتين أ و ب متقاطعتين في مجموعة مشتركة. (انظر الصورة المرفقة)



شكل 3 : تقاطع مجموعتين

إن العناصر التي تنتمي إلى تقاطع المجموعة أ مع المجموعة ب تنتمي إلى المجموعة أ وَ تنتمي كذلك إلى المجموعة ب:

$$\text{س} \in (\text{أ} \cap \text{ب}) \Longleftarrow (\text{س} \in \text{أ}) \wedge (\text{س} \in \text{ب})$$

1.1.2.1.1. **تعميم الوصل على مجموع القضايا الموصولة:**

وصل مجموعة من القضايا يحتم علينا إدخال رمز جديد هو امتداد لعملية الوصل سنعبر عنه بالرمز (⋀)، ونسميها بوصل كبيرة وصوغها يتم على الشكل الآتي:

$$\bigwedge_{\text{ن}} \text{أ} = \text{أ}_1 \wedge \text{أ}_2 \ldots\ldots \wedge \text{أ}_{\text{ن}}$$

وحساب القضية الوصلية يتم عن طريق إسناد أدنى قيمة صدقية للقضية الجزئية للمركب الوصلي الكلي:

$$v(\bigwedge \text{أ}_{\text{ن}}) = \min(v(\text{أ}_1), \ldots, v(\text{أ}_{\text{ن}}))$$

3.1.1.عملية الفصل V

في اللغة الطبيعية يُستخدم الفصلُ بمعنى الحرف (أو) ويرمز له في اللغة الصناعية بالرمز V والقضية المربوطة بهذا الرابط تسمى بقضية فصلية، مثل القضية الآتية :

- 4-جاء أحمد أو زيد.

يكفي لكي تصدق القضية الفصلية أن تصدق احدى القضيتين المكونة لهما، فالقضية (– 4–) تصدق إذا جاء أحدهما أو كلاهما أما إذا لم يأت أحد فالقضية كاذبة.

1= v (جاء أحمد) أو **1** = v (جاء زيد) ⇐ **1** = v (جاء أحمد **V** جاء زيد)

يوجز الجدول الآتي جميع الاحتمالات الممكنة جراء إسناد قيمة صدقية للقضيتين:

أ	ب	أ V ب
1	1	1
1	0	1
0	1	1
0	0	0

جدول 3:جدول صدق الفصل

لاحظ أن قيمة صدق القضية الفصلية (أ V ب) تأخذ في جميع الأحوال القيمة الكبرى maximum للقيمتين (أ) أو (ب) ومن ثم نحسب القيمة الصدقية للقضية الفصلية :

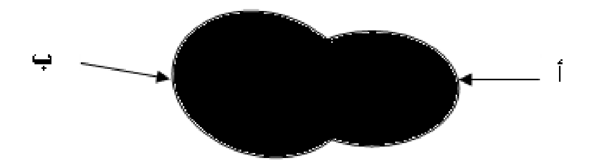
$$v\,(\text{أ V ب}) = \max\,(v\,(\text{ب}),\, v\,(\text{أ}))$$

حيث يرمز max إلى القيمة الكبرى للقيمتين أ و ب.

$$v\,(\text{أ V ب}) \begin{cases} v\,(\text{ب}) < v\,(\text{أ}) \Rightarrow \max\,(v\,(\text{ب}), v\,(\text{أ})) = v\,(\text{أ}) \\ v\,(\text{أ}) < v\,(\text{ب}) \Rightarrow \max\,(v\,(\text{ب}), v\,(\text{أ})) = v\,(\text{ب}) \\ v\,(\text{أ}) = v\,(\text{ب}) \Rightarrow \max\,(v\,(\text{ب}), v\,(\text{أ})) = v\,(\text{أ}) = v\,(\text{ب}) \end{cases}$$

1.3.1.1. تأويل مجموعي لرابط الفصل:

يمكن التعبير عن القضية الفصلية بدلالة المجموعات على الشكل الآتي:



شكل4: اتحاد مجموعتين

حيث إن العناصر التي تنتمي إلى إتحاد المجموعتين أ و ب هي العناصر المنتمية إما إلى المجموعة أ أو إلى المجموعة ب. نفترض حرف س ينتمي إلى هذا الاتحاد وبالتالي يجب أن يستوفي الشرط الآتي :

$$س \in (أ \cup ب) \Longrightarrow (س \in أ) \vee (س \in ب)$$

1.1.3.1.1. تعميم الفصل على مجموع القضايا المفصولة:

فصل مجموعة من القضايا يحتم علينا إدخال رمز جديد هو امتداد لعملية الفصل سنعبر عنه بالرمز (V)، ونسميها بوصل كبيرة وصوغها يتم على الشكل الآتي:

$$\bigvee_{ن} أ = أ_1 \vee أ_2 \vee ..... \vee أ_ن$$

وحساب القضية الفصلية يتم عن طريق إسناد أقصى قيمة صدقية للقضية الجزئية للمركب الفصلي الكلي:

$$v(\bigvee_{ن} أ) = \max(v(أ_1),,, v(أ_ن))$$

يمكن تعريف الفصل بواسطة عمليتي الوصل والنفي على الشكل الآتي:

$$أ \vee ب \approx \backsim(\backsim أ \wedge \backsim ب) \qquad -5-$$

4.1.1. عملية الاستلزام ⟸:

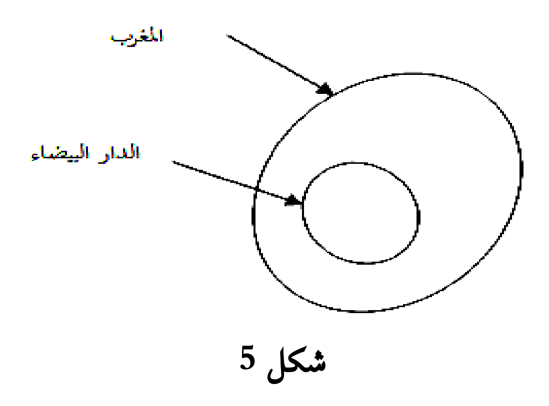
يتم بناء القضية اللزومية عبر إدراج رابط الاستلزام (⟸) بين قضيتين، ويترجم إلى اللغة الطبيعية بعبارة (إذا كان..فإن..)، لا يتفق المناطقة على رمز واحد للاستلزام[1]

---

1 من الأخطاء الشائعة ترجمة الاستلزام بالتضمن وهو خطأ نجم عن كون بعض المناطقة والرياضيين الغربيين يستعملون رمز التضمن ⊂ للدلالة على الاستلزام ، فالتبس الأمر على المترجمين فسموه التضمن.

مستعملين رموزا مختلفة ويمكن للمنطقي الواحد أن يستعمل أكثر من رمز للاستلزام، وعلى العموم فرموز الاستلزام المستعملة لا تخرج عن هذه المجموعة (⇐، ←، ⊂، >) في هذا الدراسة سنقتصر على الرمز ⇐.

سنقوم بتقريب مفهوم الاستلزام بالاستعانة بنظرية المجموعات الرياضية مفترضين مجموعتين : مجموعة السكان القاطنين بمدينة الدار البيضاء ثم مجموعة السكان القاطنين بالمغرب، علما أن مدينة الدار البيضاء توجد بالمغرب.



شكل 5

هناك أربعة احتمالات في إسناد القيم الصدقية للقضايا كما يبينها الجدول الآتي:

يسكن بالدار البيضاء	يسكن بالمغرب	يسكن بالدار البيضاء ⇐ يسكن بالمغرب
صحيح	صحيح	صحيح
صحيح	خطأ	خطأ
خطأ	صحيح	صحيح
خطأ	خطأ	صحيح

1. الاحتمال الأول: إذا افترضنا أن طارق يسكن في مدينة الدار البيضاء إذن فهو بالضرورة يسكن في المغرب لذلك كان الاستلزام **صحيحا**.
2. الاحتمال الثاني : إذا افترضنا أن طارق يسكن بمدينة الدار البيضاء وهو لا يسكن بالمغرب إذن الاستلزام **خاطئ**.

3. الاحتمال الثالث : إذا لم يسكن طارق بالدار البيضاء (أي القضية يسكن بالدار البيضاء خاطئة) فيمكن أن يسكن بالمغرب فالاستلزام **صحيح**.
4. الاحتمال الرابع : إذا لم يسكن بمدينة الدار البيضاء (أي القضية يسكن بالدار البيضاء خاطئة) ولم يسكن بالمغرب (أي القضية يسكن بالمغرب خاطئة) فالاستلزام يبقى كذلك **صحيحا**.

من هذه الأحوال الأربعة يمكن تعميم هذه القيم على جميع القضايا بتعويض القيم صحيح وخطأ بقيم رقمية 1 و 0 على الشكل الآتي :

أ	ب	أ ⇐ ب
1	1	1
1	0	0
0	1	1
0	0	1

جدول 4:جدول صدق الاستلزام

وبذلك نحصل على طريقة اجرائية في تعريف الاستلزام من الناحية الدلالية، أما كيف تُحتسب القيمة الصدقية للقضية الاستلزامية، فهي على الشكل الآتي:

𝓋 (أ ⇒ ب) =0 ⟷ 𝓋 (أ)=1 ∧ 𝓋 (ب)=0

يمكن تعريف الاستلزام أيضا بواسطة عملية النفي وعملية الفصل على الشكل الآتي:

-6- أ⇐ب ≈ ~أ V ب

وللتأكد من ذلك سنستعين بجدول الصدق:

أ	~أ	ب	أ ⇐ ب	~أ V ب
1	0	1	1	1
1	0	0	0	0
0	1	1	1	1
0	1	0	1	1

5.1.1. الاستلزام الثنائي↔ :

يُعبر عن الاستلزام الثنائي في اللغة الطبيعية بعبارة 'إذا وفقط إذا كان...' وتتركب من قضيتين، ويكون التلازم صحيحا إذا كانت القضيتان كلتاهما صادقة أو كلتاهما كاذبة.

ويرمز له بالرمز ↔، ويتم تعريف الاستلزام الثنائي بواسطة الجدول الآتي:

أ	ب	أ ↔ ب
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	1

جدول 5:جدول صدق الاستلزام الثنائي

وتُحتسب قيمته العددية على الشكل الآتي:

𝓋 (أ ↔ ب) =1 ↔ 𝓋 (أ)= 𝓋 (ب)

يمكن تعريف الاستلزام الثنائي بواسطة الاستلزام والوصل كالتالي:

- 7- أ ↔ ب ≈ (أ←ب) ∧ (ب←أ)

حاصل القول هنا أننا توصلنا إلى طريقة اجرائية لاحتساب العمليات المنطقية بواسطة دالة الصدق التي تربط كل قضية من مجموع القضايا بقيمة صدقية إما 1 في حالة الصدق أو 0 في حالة الكذب وقمنا باحتساب العمليات المنطقية على الشكل الآتي:

𝓋 (~أ) = 1- 𝓋 (أ)

𝓋 (أ ∨ ب) = max(𝓋 (أ),𝓋 (ب))

𝓋 (أ ∧ ب) = min(𝓋 (أ),𝓋 (ب))

𝓋 (أ ⇒ ب) =0 ↔ 𝓋 (أ)=1 ∧ 𝓋 (ب)=0

𝓋 (أ ↔ ب) =1 ↔ 𝓋 (أ)= 𝓋 (ب)

2.1.خصائص جبرية :

منذ جورج بول 1847 أصبح المنطق جزءا لا يتجزأ من فرع رياضي يُعرف بالجبر، هذا العالم الأنجليزي استعمل تقنيات مأخوذة من الرياضيات لدراسة المسائل المنطقية، هكذا أصبح المنطق يُدرس كما تُدرس مسائل الحساب في إطار بنية حسابية تقوم على ركنين: مجموعة الأعداد ومجموعة من العمليات (الجمع والضرب) التي تربط بين هذه الاعداد وتولد بعضها من بعض مع تقييد هذه العمليات بمسلمات تضبط شروط استعملها.

هذا التحول في دراسة المنطق أفضى إلى بروز مجموعة من المفاهيم من ضمنها مفهوم الجبر البولي وهو فرع من الجبر يدرس المنطق باعتباره بنية تقوم على مجموعة من العناصر تتكون من قيمتين صدقيتين 0 و 1 ثم مجموعة من العمليات على هذه المجموعة مولدة قيما تنتمي إلى نفس المجموعة، فيما سبق كنا تحدثنا عن روابط منطقية أما في إطار بنية الجبر البولي فإننا سنستبدل الرابط بمفهوم العملية أو دالة مثلها مثل عملية الضرب والجمع، فإذا كانت عملية الجمع تأخذ عددين من مجموعة الأعداد الطبيعية $\mathbb{N}$ ثم تربطهما بعدد وحيد من نفس المجموعة، فإن عملية الفصل والوصل تأخذ قيمتين من مجموعة القيم الصدقية { 0، 1 } ثم تعطينا قيمة وحيدة تنتمي إلى نفس المجموعة من القيم { 0، 1 }.فيما يلي سنتحدث عن بعض الخصائص الجبرية للعمليات المنطقية وستلاحظ أننا استخدمنا مفاهيم رياضية في دراسة الخصائص الجبرية لهذه العمليات.

1.2.1.خصائص العمليات المنطقية

تتميز العمليات المنطقية بمجموعة من الخصائص الجبرية نجملها في المبرهنة الآتية ويمكن للقارئ أن يتحقق منها بالاستعانة بجدول الصدق:

مبرهنة 1: (الخصائص المنطقية لعمليات النفي، الفصل، الوصل والاستلزام)

أ. التبادلية بالنسبة للعطف والبدل، فمهما كانت القضيتان أ و ب من مجموعة القضايا **قض** فإن:

أ ∧ ب ↔ ب ∧ أ

أ V ب ↔ ب V أ

ب. التجميعية بالنسبة للعطف والبدل، فأيا كانت القضايا أ و ب و ج من **قض** فإن:

أ ∧ (ب ∧ ج) ↔ (أ ∧ ب) ∧ ج

أ V (ب V ج) ↔ (أ V ب) V ج

ت. توزيع الوصل على الفصل، أو الفصل على الوصل، فأيا كانت القضايا أ و ب و ج من **قض** فإن:

أ ∧ (ب V ج) ↔ (أ ∧ ب) V (أ ∧ ج)

أ V (ب ∧ ج) ↔ (أ V ب) ∧ (أ V ج)

ث. خاصية الامتصاص بالنسبة للعطف والوصل:

أ ∧ (أ V ب) ↔ أ

أ V (أ ∧ ب) ↔ أ

ج. الجمود بالنسبة للوصل والفصل:

أ ∧ أ ↔ أ

أ V أ ↔ أ

ح. قانون دي موركان:

∽(أ V ب) ↔ ∽أ ∧ ∽ب

∽(أ ∧ ب) ↔ ∽أ V ∽ب

خ. النفي المزدوج:

∽∽أ ↔ أ

2.2.1. علاقة التكافؤ في المنطق

في بعض الأدبيات المنطقية يتم استبدال الاستلزام الثنائي بعلاقة تكافؤ التي يُرمز لها إما بـ ≡ أو بالرمز ≈، لعلاقة التكافؤ مجموعة من الخصائص الجبرية نوجزها في المبرهنة التالية:

مبرهنة 2 : (التكافؤ)

أ. خاصية الانعكاس[1] : كل قضية أ من مجموع القضايا **قض** تكافئ نفسها:

أ ≈ أ

ب. خاصية التناظر[2]: مهما تكن القضيتان **أ** وَ **ب** من **قض** فإن:

أ ≈ ب ⟸ ب ≈ أ

ت. خاصية التعدي[3]: مهما تكن القضايا أ، ب،ج من **قض** فإن

أ ≈ ب وَ ب ≈ ج ⟸ أ ≈ج

مثال 2 : الصيغ الآتية متكافئة:

.1	أ⟸(ب⟸ج) ≈ ∽أ V (ب⟸ج)	تعريف الاستلزام – 6–
.2	∽أ V (∽ب V ج) ≈ (∽أ V ∽ب) V ج	خاصية التجميعية في **المبرهنة 1**
.3	(∽أ V ∽ب) V ج ≈ ∽(أ ∧ ب) V ج	قانون دي موركان في **المبرهنة 1**
.4	∽(أ ∧ ب) V ج ≈ (أ ∧ ب) ⟸ ج	تعريف الاستلزام في – 6
.5	من 3 وَ 4 نستخلص أن (∽أ V ∽ب) V ج ≈ (أ ∧ ب) ⟸ ج	خاصية التعدي في **المبرهنة 2**

3.2.1.**بنية المنطق الجبرية**

المعالجة السابقة للعمليات المنطقية هي أشبه ما يكون بمعالجة الرياضي لعمليات الضرب والجمع في علم الحساب وأشبه بعمليات الاتحاد والتقاطع في نظرية المجموعات، هذه التشابهات تفضي بنا إلى الحديث عن بناءات نظرية أكثر تجريدا من خلال مفاهيم رياضية تنتمي إلى ما يُسمى بعلم الجبر الكوني الذي يسعى إلى استخراج ودراسة الخصائص المشتركة لجميع أنواع البنى الجبرية.

وتقوم البنية الجبرية على ركنين أساسيين[4] :

- مجموعة غير فارغة أ

1 Reflexitivity

2 Symmetry

3 Transitivity

4 أحيل القارئ للطلاع على الكتاب S. Burris and H.P. Sankappanavar [1981]

- مجموعة من العمليات ع على المجموعة أ، تتميز كل عملية من مجموعة العمليات برتبية[1] فإذا كانت العملية تأخذ موضوعا واحدا، مثل عملية النفي، نسميها عملية أحادية ذات رتبية 1، أما إذا كانت العملية اثنانية مثل عملية الجمع والوصل والفصل فإنها تُسمى عملية اثنانية ذات رتبية 2، والجدير بالالتفات أن عناصر المجموعة أ تعتبر عمليات ذات رتبية صفر[2]..

يُدرس المنطق في علم الجبر الكوني ضمن مسمى الجبر البولي، وتُعرف جبرية بولية[3] على كونها سادوسا < أ،∨، ∧، ∽، 0، 1 > تمتلك عمليتين اثنانيتين (∨، ∧)، وعملية أحادية ∽ وعمليتين صفريتين (0،1) تحقق المسلمات الآتية:

ب$_1$: < أ،∨، ∧ > هي شبكة توزيعية

ب$_2$: كل عنصر س من أ يحقق : س ∧ 0 ≈ 0 ، س ∨ 1 ≈ 1

ب$_3$: س ∧ ∽س ≈ 0 ، س ∧ ∽س ≈ 1

والشبكة التوزيعية < أ،∨، ∧ > هي عبارة عن بنية جبرية تحقق الخصائص الآتية:

مهما تكن س، ص، ف من أ فإن:

ش$_1$: س ∨ ص ≈ ص ∨ س (خاصية التبادلية)
س ∧ ص ≈ ص ∧ س

ش$_2$: س ∨ (ص ∨ ف) ≈ (س ∨ ص) ∨ ف (خاصية التوزيعية)
س ∧ (ص ∧ ف) ≈ (س ∧ ص) ∧ ف

ش$_3$: س ∨ س ≈س (خاصية الجمود)
س ∧ س ≈ س

ش$_4$: س ≈ س ∨ (س ∧ ص) (خاصية الامتصاص)
س ≈ س ∧ (س ∨ ص)

1 Arity

2 nullary operation

3 Boolean algebra

أما بالنسبة لجبرية "هايتين" فقد أدخل رمز الاستلزام ← ضمن العمليات الاثنانية على الشكل الآتي: < هـ، ∨، ∧، ←، 0، 1>، هذه الجبرية تمتلك ثلاث عمليات وعمليتين صفريتين وتحقق المسلمات التالية:

هـ1 : < هـ، ∨، ∧ > شبكة توزيعية

ه2 : س ∧ 0 ≈ 0 ، س ∨ 1 ≈ 1

ه3 : س ← س ≈ 1

ه4: (س ← ص) ∧ ص ≈ ص، (س ← ص) ≈ س ∧ ص

ه5 : س ← (ص ∧ ف) ≈ (س←ص) ∧ (س←ف)، (س ∨ ص)← ف ≈ (س←ف) ∧ (ص←ف)

3.1.أنواع القضايا المنطقية:

1.3.1.القضية التحصيلية[1]

من بين القضايا ذات أهمية خاصة في المنطق يوجد نوع من القضايا يُسمى بالقضايا التحصيلية وهي قضايا صادقة من أجل جميع قيم الصدق الممكنة لمتغيراتها القضائية.

تعريف 5: تُعتبر القضية (أ) تحصيلية إذا كانت قيمتها الصدقية تساوي 1 من أجل جميع قيم الصدق *v*. ونرمز لذلك بـــ ⫤ أ.

مثال 3: القضية (أ ∨ ∽أ) تحصيلية حيث إنه مهما كانت القيمة الصدقية لــ (أ)، فإن قيمة المركب تساوي 1، من أجل بيان ذلك سنلجأ إلى جدول الصدق ونمنح القيم الممكنة لـ (أ):

∽أ	أ	أ ∨ ∽أ
1	0	1
0	1	1

جدول 6:جدول صدق الثالث المرفوع

1 توجد لفظة أخرى تُستعمل بنفس المعنى وهي لفظة تكرارية .

يبين الجدول أنه في جميع الأحوال الممكنة فإن القيمة الصدقية للمركب (أ V ∽أ) تساوي واحد، ومن ثم نكتب ⫤ أ V ∽أ، ويمكن احتساب القيمة عدديا على الشكل الآتي:

$$v(\sim\text{أ} \vee \text{أ}) = \max(v(\sim\text{أ}), v(\text{أ})) = \max(1-v(\text{أ}), v(\text{أ})) \begin{cases} v(\text{أ}) = 1 \Rightarrow \max(1-v(\text{أ}), v(\text{أ})) = \max(0, 1) = 1 \\ v(\text{أ}) = 0 \Rightarrow \max(1-v(\text{أ}), v(\text{أ})) = \max(1, 0) = 1 \end{cases}$$

مثال4 :القضية (أ⟸(ب⟸أ)) تحصيلية ؛ بالاستعانة بجدول الصدق يتبين أن الصيغة (أ⟸(ب⟸أ)) صادقة من أجل جميع قيم الصدق الممنوحة للمتغيرات القضائية (أ) و (ب) و (ب⟸أ)، ومن ثم نستنتج أن:

⫤ أ⟸(ب⟸أ)

أ	ب	ب⟸أ	أ⟸(ب⟸أ)
1	1	1	1
1	0	1	1
0	1	0	1
0	0	1	1

جدول 7 : جدول صدق (أ⟸(ب⟸أ))

مبرهنة 3 : القضايا الآتية تحصيلية مهما كانت قيمة العنصرين (أ) و (ب) من مجموعة القضايا قض:

⫤ أ⟸أ ⫤ ∽ (أ Λ ∽أ)

⫤ (أ Λ ب) ⟸ أ ⫤أ ⟸ (أ V ب)

⫤ (أ Λ ب) ⟸ ب ⫤ب⟸ (أ V ب)

2.3.1.القضية المتناقضة :

تعريف 6 : القضية المتناقضة هي نقيض القضية التحصيلية و تكون قيمتها الصدقية دائما كاذبة من أجل جميع القيم الصدقية لمتغيراتها القضوية.

مثال 5 : أ ∧ ~ أ بواسطة جدول الصدق نتأكد من تناقضها:

~أ	أ	أ ∧ ~أ
1	0	0
0	1	0

جدول 8 : جدول صدق القضية المتناقضة

ويمكن حساب قيمتها الصدقية على الشكل الآتي:

$$v(\text{أ} \wedge \text{ب}) = \min(v(\sim\text{أ}), v(\text{أ})) = \min(1-v(\text{أ}), v(\text{أ})) \begin{cases} v(\text{أ}) = 1 \Rightarrow \min(1-v(\text{أ}), v(\text{أ})) = \min(0, 1) = 0 \\ v(\text{أ}) = 0 \Rightarrow \min(1-v(\text{أ}), v(\text{أ})) = \min(1, 0) = 0 \end{cases}$$

3.3.1. القضية العارضة:

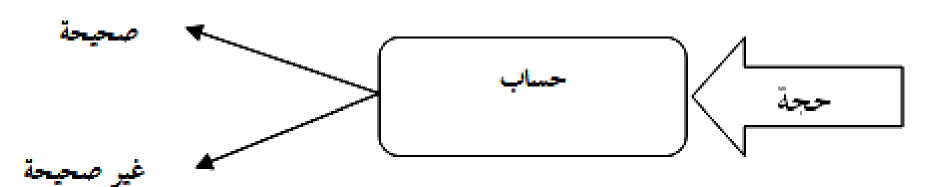
تعريف 7 : القضية العارضة هي القضية التي تصدق أحيانا ثم تكذب أحيانا أخرى من أجل جميع القيم الممنوحة لمتغيراتها القضوية.

مثال 6 : الصيغة (ب⟸أ) هي قضية عارضة كما يبين الجدول 7 السابق، حيث تصدق الصيغة في الأسطر (1،2،4) وتكذب في السطر (3).

4.1. الاستنتاج في نظرية النماذج

بعد هذا التقديم الموجز للروابط المنطقية وكيفية تعريفها من خلال جداول الصدق وتعرفنا على ثلاثة أنواع من القضايا تحصيلية وكاذبة ثم عارضة، نحن في موضع يسمح لنا بالحديث عن كيف نستدل على صحة حجة معينة

والسؤال الذي يتبادر إلى الذهن هل توجد طريقة اجرائية بمقتضاها يتم البت في صحة الحجة أم لا؟ إذا وجدت هذه الطريقة أو الإجراء نقول حينئذ أن هذا المشكل قابل للبت، ويمكن تمثيل ذلك بآلة حاسبة لها طرفان نسمي الطرف الأول بالمدخلات حيث تدخل القضايا في الآلة، ونسمي الطرف الثاني بالمخرجات عند هذا الطرف نحصل على إجابتين فقط ؛ 'نعم' في حالة صحة الحجة وفي حالة العكس نحصل على 'لا'.إذا لم نحصل على إجابة (نعم أو لا) فإن القضية المشكلة غير قابلة للبت.



لكن ما هو الإجراء الذي سنعتمد عليه في تحديد ذلك؟ الإجراء الذي سنعتمده هو جداول الصدق، وكيف ذلك هو ما سنحاول الإجابة عنه من خلال المبرهنة 5، لكن قبل ذلك لابد من تحديد طريقة تساعدنا على رد القضايا المركبة إلى أخرى بسيطة من خلال المبرهنة 4.

1.4.1. الاستبدال:

إذا أمعنت النظر في صورة القضية الآتية (د ∧ ∼د)⟸ (د ∧ ∼د) ستجدها تشبه القضية (أ⟸أ) حيث استبدلنا (د ∧ ∼د) بالمتغير القضوي (أ)، لذلك يكفي أن نحسب القيمة الصدقية لــ (أ⟸أ) لكي نعرف قيمة الصيغة المركبة (د ∧ ∼د)⟸ (د ∧ ∼د). ومتى علمنا أن الصيغة (أ⟸أ) تحصيلية حسب المبرهنة 3، فإن الصيغة الأولى كذلك تكون تحصيلية، هذه القاعدة تُسمى بالاستبدال.

مبرهنة 4: (قاعدة الاستبدال) إذا كانت (أ) صيغة تتكون من صيغ ذرية (أ$_1$،أ$_2$....أ$_ن$) وكانت الصيغة (ب) جاءت من الصيغة (أ) باستبدال متغيراتها القضوية (أ$_1$،أ$_2$....أ$_ن$) بالمتغيرات القضوية (ب$_1$، ب$_2$....ب$_ن$) لــ (ب). فإنه إذا كانت ⫤ أ فإن ⫤ب.

مثال 7 : القضية (د ∨ ∼د ⟸((د ∨ ∼د) ∨ أ) تحصيلية، لأنه إذا استبدلنا (د ∨ ∼د) بــ (ب) في الصيغة، سنحصل على : ب⟸(ب ∨ أ) ومتى علمنا أن ⫤ب⟸(ب ∨ أ) (حسب المبرهنة 3) فإن ⫤(د ∨ ∼د ⟸((د ∨ ∼د) ∨ أ) ويمكن أن نتأكد من ذلك باللجوء إلى جدول صدق كل من الصيغتين.

2.4.1. الاستنتاج:

سبق أن تحدثنا أن الحجة تتكون من مقدمات ونتائج وأنه كلما كانت المقدمات صادقة والنتيجة صادقة أيضا فإن الحجة صحيحة، وصورتها الرمزية على الشكل الآتي :

- 8-   ف ⫤ ن

حيث ترمز **ف** إلى مجموعة المقدمات أو الفرضيات بينما ترمز ن إلى مجموعة النتائج، والرمز ⫤ يفصل بين المقدمات والنتائج.

وإذا أردنا التأكد هل الحجة صحيحة أم لا فيتعين أن تكون صورة الحجة تحصيلية حسب المبرهنة 6، بمعنى أنها صادقة في جميع الأحوال، ونعني بصدق الحجة أنه إذا كانت المقدمات صحيحة فإن النتائج تكون صحيحة كذلك، في هذا الموضع من الدراسة سنطور طريقة تمكننا من استخلاص النتائج من المقدمات بالاعتماد فقط على جداول الصدق، سنوضح ذلك بمثال مشهور في المنطق وهي قاعدة إثبات التالي التي يجسدها المثال الآتي:

1. إذا كانت السماء تمطر فإن الأرض مبتلة
2. السماء تمطر
3. السماء مبتلة

سنقوم بترميز كل قضية واردة في المثال أعلاه بحرف، 'السماء تمطر' نرمزها بالحرف أ، و'الأرض مبتلة' نرمزها بالحرف ب. هكذا نترجم الأسطر السابقة إلى صيغ رمزية :

1. إذا كان أ فإن ب
2. أ
3. ب

بالاستناد إلى مضمون القضايا سنخلص إلى كون 1 و2 تنتجان 3. أي عندما تصدق النتيجة 3 في كل حالة تصدق فيها المقدمتان 1 و 2. وسنعرف ذلك أكثر

من خلال الجدول الآتي:

	أ	ب	أ⟸ب	أ ∧ (أ⟸ب)	(أ ∧ (أ⟸ب)) ⟸ب
.1	1	1	1	1	1
.2	1	0	0	0	1
.3	0	1	1	0	1
.4	0	0	1	0	1

جدول 9 : جدول صدق إثبات التالي

لاحظ أنه عندما تكون القضيتان (أ) و (أ⟸ب) صادقتين معا (في السطر الأول)، تكون القضية (ب) صادقة كذلك، ومن ثم نستنتج أن الصيغة (ب) تنتج من المقدمتين (أ) وَ (أ⟸ب)، ويمكن أن نكتب :

أ، (أ⟸ب) ⫤ ب

حيث توجد المقدمات على يمين الرمز ⫤ أما النتائج فتوجد على يساره، الفاصلة (،) التي تتوسط بين المقدمتين يمكن تأويلها بالوصل (∧). في الامكان قراءة العبارة السابقة بطريقة أخرى وهي أن (ب) اشتقت من مجموعة الافتراضات { أ، أ⟸ب }، لكن سنترك مفهوم 'الاشتقاق' إلى الفصل الذي يليه، هناك نوع آخر من القضايا تحظى بأهمية خاصة وهي تلك المتولدة من مجموعة الافتراضات الفارغة تُسمى بالمبرهنات، لأجل ذلك نعتبر العبارة الآتية على يسار (⫤) مبرهنة:

⫤ (أ ∧ ب)⟸أ

حيث إن الصيغة '(أ ∧ ب)⟸أ' قد تولدت من مجموعة فارغة من الافتراضات[1].

إذا تأملت في العمود الأخير من الجدول 9 وجدت أن المقدمات (أ ∧ (أ⟸ب)) المربوطة برابط الوصل تستلزم النتائج ما يؤكد أن الحجة تحصيلية.

---

1 نرمز للمجموعة الفارغة بالرمز Ø.

حاصل القول هنا أنه إذا كانت دالة صدق v تعطي النتائج ن قيمة صدقية 1 في كل حالة تكون فيها المقدمات ف صادقة 1، نتحدث حينئذ عن صحة الحجة المتكونة من مقدمات صادقة ونتائج صادقة. في هذه الحالة نقول أن دالة الصدق v تحقق **الحجة** ف ⊨ ن.

مبرهنة 5 : تكون الحجة ف ⊨ ن صحيحة إذا صدقت نتائجها ن في كل حالة تصدق فيها مقدماتها ف، حينها نقول أن دالة الصدق v تحقق الحجة ف ⊨ ن.

هل يمكن استنتاج (أ) من المقدمتين (ب) وَ (أ⟸ب)؟ لا يمكن ذلك، لأنه إذا تأملنا في السطر الثالث من الجدول 9، سنجد أن القضيتين (ب) و (أ⟸ب) تصدقان بينما تكذب (أ).

مثال 8 : استنتاج أ V ب من أ

	أ	ب	أ V ب	أ⟸ (أ V ب)
.1	1	1	1	1
.2	1	0	1	1
.3	0	1	1	1
.4	0	0	0	1

جدول 10

سنعتبر فقط السطرين الأول والثاني حيث تكون فيهما قيمة (أ) صادقة، تلاحظ أنه كلما صدقت المقدمة الأولى (أ) تصدق فيهما النتيجة (أ V ب) وبالتالي : أ ⊨ أ V ب.

وبتأملك للعمود الأخير من الجدول ستلاحظ أن صورة الحجة (أ⟸ (أ V ب)) التي تتكون من المقدمات(أ) والنتائج (**أ V ب**) تحصيلية، ويمكن تعميم هذه الملاحظة الأخيرة التي استخلصناها من العمودين الأخيرين من الجدولين السابقين (جدول 9 – جدول 10) في المبرهنة الآتية :

مبرهنة 6 : إذا كانت ب مُستنتجة من الصيغ أ$_1$،.....أ$_ن$ فإن : (أ$_1$ ∧.......∧أ$_ن$)⟸ب صيغة تحصيلية

مثال 9 : أ⟸ب، ∽ب ⊨ ∽أ

	أ	ب	**أ⟸ب**	∽ب	∽أ	**(أ⟸ب)∧ ∽ب ⟹ ∽أ.**
.1	1	1	1	0	0	1
.2	1	0	0	1	0	1
.3	0	1	1	0	1	1
.4	0	0	1	1	1	1

جدول 11

من الجدول نلاحظ أن الصيغة (**∽أ**) تصدق في كل حالة تصدق فيها الصيغتان (**أ⟸ب**) و (**∽ب**) وبالتالي فإن : **أ⟸ب، ∽ب ⊨ ∽أ**، هذه المعلومة استخلصناها من السطر الأخير، والذي يؤكد ذلك هو إذا طبقنا المبرهنة 6 على العبارة (**أ⟸ب، ∽ب ⊨ ∽أ**) نحصل على قضية تحصيلية (**(أ⟸ب)∧ ∽ب ⟹ ∽أ**) انظر العمود الأخير من الجدول 11

مثال 10 :استنتاج (ب V د) من (أ⟸ب) ∧ (أ V د)

	أ	ب	**د**	(أ⟸ب) ∧ (أ V د) عمود1	ب V د عمود2	أ⟸د عمود3
.1	1	1	1	1	1	1
.2	1	1	0	1	1	0
.3	1	0	1	0	1	1
.4	1	0	0	0	0	0
.5	0	1	1	1	1	1
.6	0	1	0	0	1	1
.7	0	0	1	1	1	1
.8	0	0	0	0	0	1

جدول 12

سنعتبر فقط الأسطر التي تكون فيهم (أ⟸ب) ∧ (أ V د) صادقة أي الأسطر (1،2،5،7)، لاحظ معي أن هذه الأسطر تصدق فيهم الصيغة (ب V د) ومن ثم نتوصل إلى أن هذه الأخيرة تُستنتج من (أ⟸ب) ∧ (أ V د).

يمكن كتابة : (أ⟸ب) ∧ (أ V د) ⫤ ب V د.

لكن هل يمكن أن تستخلص الصيغةُ (أ⟸د) من (أ⟸ب) ∧ (أ V د)؟ لا، لأن السطر الثاني عندما كانت الصيغة (أ⟸ب) ∧ (أ V د) صادقة كانت (أ⟸د) كاذبة.

مبرهنة 7 (مبرهنة الاستنتاج): تكون أ ⫤ ب صحيحة إذا وفقط إذا كان ⫤ أ⟸ب.وبصفة عامة تكون أ$_1$،أ$_2$،...أ$_{ن}$ ⫤ ب إذا وفقط إذا كان أ$_1$،أ$_2$،...أ$_{ن-1}$ ⫤ أ$_{ن}$⟸ب

لنأخذ المثال السابق (أ، أ⟸ب ⫤ ب)، بتطبيق المبرهنة عليه سنحصل على ثلاثة أشكال:

1. أ ⫤ (أ⟸ب) ⟸ب
2. ⫤ أ⟸((أ⟸ب) ⟸ب)
3. أ⟸ب ⫤ أ⟸ب

تقول الصيغة الأولى أن النتائج تصدق في كل حالة تصدق فيها المقدمات (انظر السطر الأول والثاني من الجدول 13)، ومن صورة الصيغة الثانية نستنتج أنها تنتج بدون مقدمات، ومن ثم فهي صيغة تحصيلية (انظر العمود الأخير من الجدول 13)، فيما يتعلق بالشكل الأخير فإن الصورة –حسب المبرهنة 4- يمكن تبسيطها بردها إلى الصيغة ⫤ أ⟸أ،وقد سبق أن رأينا في المبرهنة 3 أن هذه الصيغة مبرهنة.

أ	ب	(أ⟸ب) ⟸ب	أ⟸((أ⟸ب) ⟸ب)
1	1	1	1
1	0	1	1
0	1	1	1
0	0	0	1

جدول 13

مثال 11 : أ ⊨ أ V ب

هذا المثال يقول أنه من الصيغة الصيغة (أ) نستخلص الصيغة (أ V ب)، وللتأكد من ذلك سنستعين بالجدول 3 الخاص بالفصل، نلاحظ في السطر الأول والثاني أنه كلما صدقت (أ) تصدق معها (أ V ب)، أما إذا طبقنا المبرهنة 7 سنحصل على : ⊨ أ ⟸ (أ V ب)

مثال 12 : أ Λ ب ⊨ أ

لكي نبرهن على ذلك يتعين أن نبين من خلال جدول الصدق أنه كلما كانت (**أ Λ ب**) صحيحة تكون معها الصيغة (أ) صحيحة كذلك، وهذا ما يبينه الجدول 2 الخاص بالوصل، أما إذا طبقنا المبرهنة 7 فسنحصل على صيغة تحصيلية :

⊨ (أ Λ ب) ⟸ أ

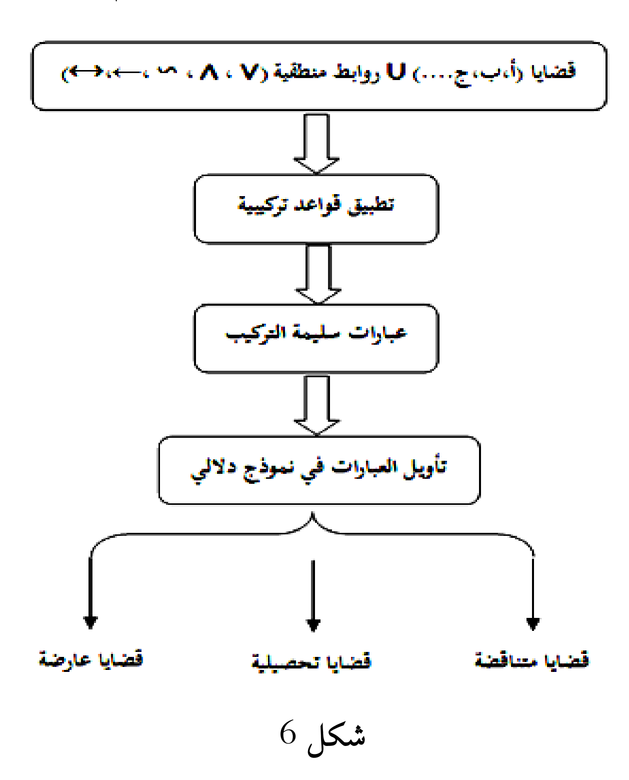
خلاصة:

مرت معالجتنا المنطقية للقضايا بمرحلتين هامتين سمينا المرحلة الأولى بالمرحلة التركيبية حيث قمنا بإنشاء العبارات سليمة التركيب، بعدئذ قمنا بتأويل هذه العبارات تأويلا يستند إلى مجال قيمي محدد يتكون من قيمتين صدقيتين { 0،1 }، وقد أسفر هذا التأويل عن ثلاثة أنواع من القضايا :

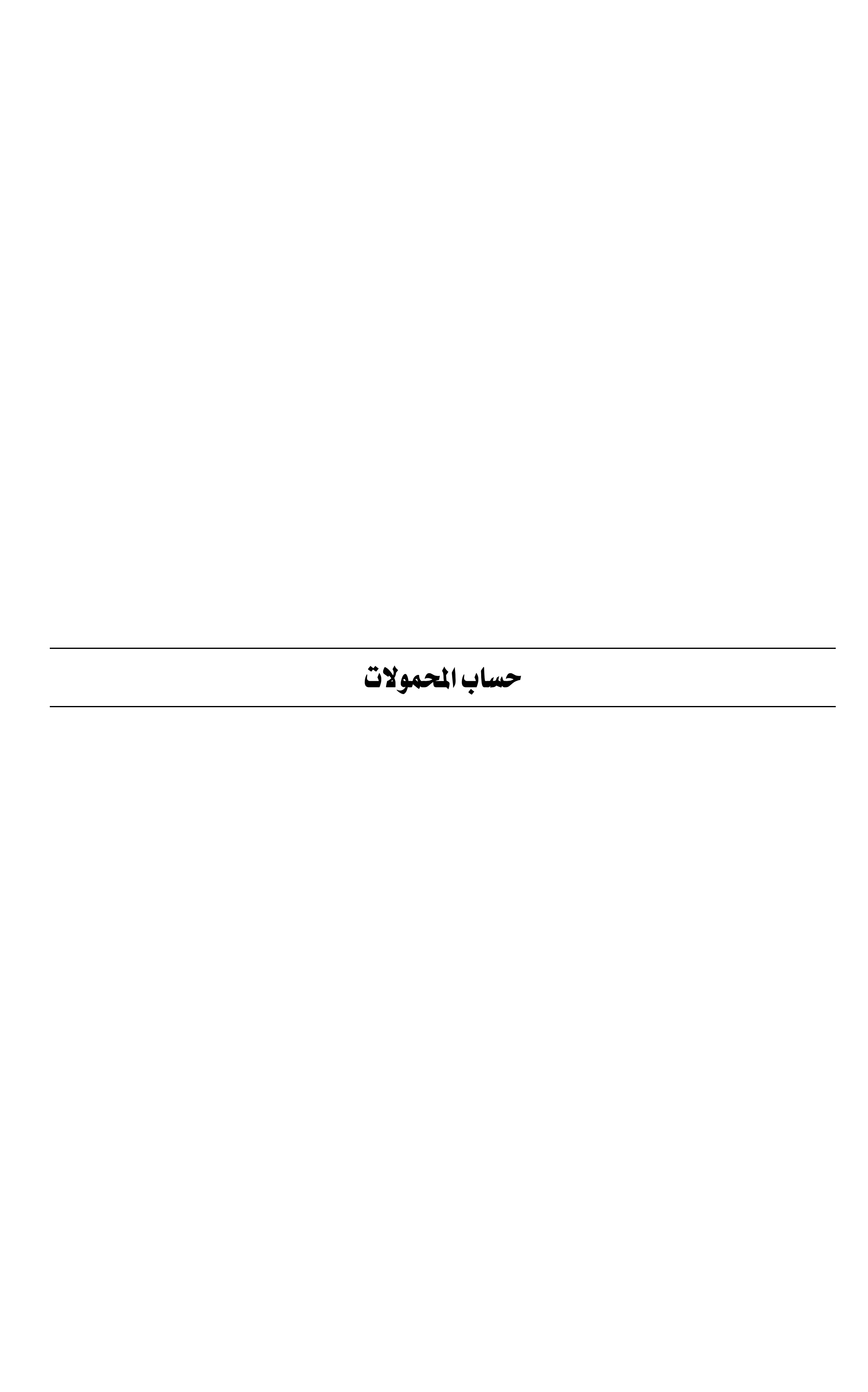
- قضايا تحصيلية وهي القضايا التي تصدق دائما بالنسبة لنموذج تأويلي محدد. وتتمتع بأهمية خاصة في الاستدلالات المنطقية حيث إنه إذا كانت صورة الحجة صحيحة فهي تحصيلية. وقيدنا الصدق بالنموذج التأويلي إشارة إلى وجود نماذج تأويلية تأخذ قيما صدقية غير كاذب 0 وصادق 1، مثل التقييم الثلاثي لنموذج 'لوكازيويكس'[1] أو مثل التقييم متعدد قيم الصدق للطفي زاده.
- قضايا متناقضة وهي نفي القضايا التحصيلية، وتكمن أهميتها في كون القضايا المتناقضة تُشتق من القضايا التحصيلية بنفيها.

1 Łukasiewicz

- قضايا عارضة تصدق أحيانا وتكذب أحيانا أخرى، والمخطط في الشكل 50 يوجز هذه الخطوات.
- باللجوء إلى جداول الصدق اهتدينا إلى طريقة بمقتضاها نستنتج نتائج قضوية من مقدمات فإذا كانت النتائج تصدق في كل حالة تصدق فيها المقدمات حينئذ نقول أن الحجة صحيحة.
- توصلنا أيضا إلى كون كل فرضية من المقدمات تستلزم كل نتيجة.



شكل 6



حساب المحمولات

2.حساب المحمولات:

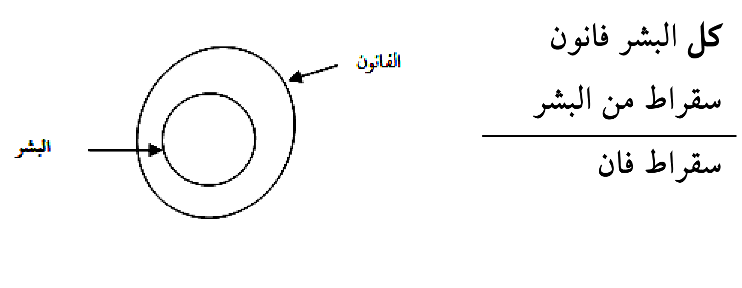
تتفاضل اللغات الصناعية من حيث قوتها التعبيرية ما يجعلنا نميز بين نوعين من اللغات لغة القضايا ثم لغة المحمولات من الدرجة الأولى، تتميز هذه الأخيرة عن لغة حساب القضايا من جهة أنها تعبر عن أشياء لا تستطيع الأولى التعبير عنها، من أجل ذلك سنفكر في توسيع المجال التعبيري للغة حساب القضايا بإدخال تعابير جديدة من قبيل الأسوار والمحمولات.

1.2.المحمولات والأسوار[1]:

اللغة التي عالجنا بها القضايا في الفصول السابقة غير كافية وضيقة نظرا للاعتبارات التالية :

- أولا لأنها تعاملت مع القضية بوصفها كلا لا يتجزأ وغير قابل للتحليل، لكن عندما نمعن النظر في بعض الاستدلالات نجد أن التركيب الداخلي للقضية يلعب دورا هاما في عملية الاستنتاج، وسنفهم ذلك من خلال المقارنة بين الاستدلالين التاليين:

-9-



شكل7

1 استعملنا في هذا البحث لفظتين تحيلان على نفس المعنى هما المكممات والأسوار.

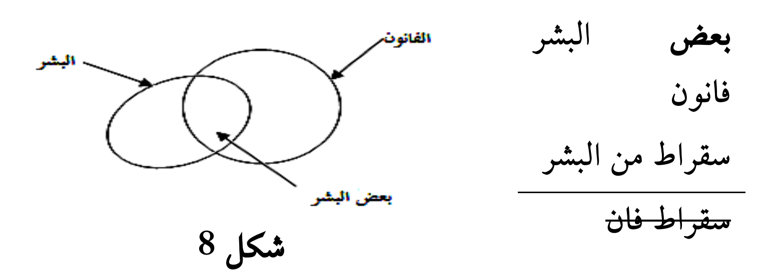
-10 -

بعض البشر

فانون

سقراط من البشر

~~سقراط فان~~



شكل 8

تلاحظ أن الاستدلال الأول (- 9-) صحيح فأنتج قضية 'سقراط فان'، لكن إذا استبدلنا 'بعض' مكان 'كل' في المقدمة الأولى فإن الحجة ستصبح غير صحيحة (-10) ومن ثم لا يُسمح لنا بالانتقال من المقدمتين إلى النتيجة لأنه يُحتمل أن يكون سقراط من البشر غير الفانين.

هذان المثالان يوضحان بشكل جلي أن الاستدلال يتوقف على معنى الكلمات 'بعض' و'كل' في القضية، هذا البعد لم يأخذ بعين الاعتبار أثناء حديثنا عن حساب القضايا، لذلك سيتعين علينا إدخال رمزين جديدين إلى اللغة المنطقية وهما رمز ∀ الذي يعني في اللغة الطبيعية 'كل' أو 'مهما يكن' أو 'أيا كان'، ثم رمز E ويعني 'يوجد...'.

- إذا تأملت في القضية الآتية : 'كل عدد زوجي يقبل القسم على 2، الرقم 6 يقبل القسمة على 2، إذن هو زوجي '، يمكن ترجمتها إلى الصيغة : (أ ∧ ب)⟸ج، هذه العبارة صادقة لكن اللغة التي تُرجمت إليها لا تخبرنا لماذا هي صادقة، لأجل ذلك نحتاج إلى تفاصيل أخرى غير اختزالها إلى صيغ مجملة (أ، ب،ج).
- هذان الاعتباران سيضطرنا إلى تحليل القضايا على أساس العلاقة الاسنادية بين المحمول والموضوع[1]، فلو أخذنا مثال : (6 عدد زوجي) سيكون **عدد زوجي** هو المحمول والمتغير 6 هو الموضوع، أي أن **رقم 6** يمتلك صفة أهلته ليُدرج ضمن المحمول **عدد زوجي.**

---

1 في عبارة القدماء تقوم العلاقة الاسنادية على طرفين محكوم عليه ومحكوم به

بنفس الطريقة يمكن ترجمة العبارات الآتية على أساس العلاقة الاسنادية بين المحمول والموضوع:

5 عدد فردي	فردي(5)	المحمول: عدد فردي-الموضوع:5
يأكل سعيد التفاحة	يأكل (سعيد، التفاحة)	المحمول: يأكل – الموضوعات: سعيد، التفاحة
أعطى طارق محمدا درهما	أعطى (طارق، محمد، درهم)	المحمول: أعطى-الموضوعات: طارق، محمد، درهم
أحمد أب طارق	أب (أحمد، طارق)	المحمول: أب –الموضوعات : أحمد، طارق

لاحظ جيدا أن المحمولات تختلف من حيث عدد العناصر التي تكون موضعاتها، فالمحمول '—عدد فردي' يأخذ موضوعا واحدا، بينما المحمول 'أعطى---' فيأخذ ثلاثة مواضيع، بناء على ذلك يمكن اعتبار المحمولات عبارة عن علاقات تربط بين أشياء تنتمي إلى مجال معين، فإذا ربطت بين شيئين فتسمى محاميل اثنانية وإذا ربطت بين ثلاثة تسمى بمحاميل ثلاثية إلى أن نصل إلى محاميل تربط بين عدد مفترض نسميه بـ ن، حينئذ نسميها بمحاميل ذات ن-موضع.

مثال :

6 عدد زوجي	زوجي(6)	زوجي[1]	زوجي( ) هو محمول له موضع واحد، ن=1
يأكل سعيد التفاحة	يأكل (سعيد،التفاحة)	يأكل[2]	يأكل( ) هو محمول يمتلك موضوعين 2، ن=2
أعطى طارق محمدا درهما	أعطى (طارق،محمد،درهم)	أعطى[3]	أعطى( ) هو محمول يمتلك ثلاثة مواضع 3، ن=3
أحمد أب طارق	أب (أحمد، طارق)	أب[2]	أب( ) محمول له موضعان 2، ن=2

1.1.2. تأويل مجموعي للمحاميل:

المحمولات هي عبارة عن فئات تختص بخاصية محددة نعبر عنها بواسطة محمول فإذا عدنا إلى العبارة (– 9–) 'كل البشر فانون، وسقراط فان البشر إذن سقراط فان'، فيمكن اعتبار البشر فئة من العناصر تحقق خاصية البشرية، وبناء على ذلك نعرف

مجموعة البشر بكون جميع العناصر المنتمية إلى فئة البشر تحقق خاصية البشرية التي نعبر عنها بواسطة المحمول بشر()

البشر = { س | بشر(س) } حيث س ترمز إلى متغير ينتمي إلى فئة البشر

وبنفس الطريقة نعبر عن مجموعة فانون:

الفانون = { س | فان(س) } حيث س ترمز إلى متغير ينتمي إلى فئة الفانون

فئة البشر متضمنة في فئة أوسع وهي مجموعة العناصر الفانية، وبما أن سقراط ينتمي إلى فئة البشر فإنه ينتمي بالضرورة إلى فئة العناصر الفانية ويمكن صوغ ذلك بلغة حساب المحمولات على الشكل الآتي:

بشر(سقراط)⟸فان(سقراط)

أما بلغة المجموعات الرياضية فإننا نصوغها كالآتي:

(البشر ⊂ الفانون) ∧ (سقراط ∋ البشر) ⟸ سقراط ∋ الفانون)

في هذه العبارة استعملنا نوعين من الرموز الصنف الأول من الرموز (⟸،∧) عبارة عن ثوابت منطقية أما الصنف الثاني (⊂، ∋) ينتمي إلى لغة المجموعات الرياضية.

2.2.الدوال[1] :

بهذا الاعتبار تصبح المحمولات تصف خاصية ما لشيء معين أو بمثابة علاقات تربط بين شيئين ينتميان إلى مجال محدد مثلما ربطت علاقة الأبوة بين بشريين أحمد وطارق، ومثلما ربطت علاقة الأكل بين انسان وشيء قابل للأكل، لكن لم نتحدث عن نوع آخر من العلاقات وهي العمليات التي تربط عنصرا أو أكثر من مجال معين

1 هناك من المناطقة خاصة فريجه من عرف العلاقات بالدوال فجعل لفظة 'يحب' في قوله 'زيد يحب سعاد' دالة تنطبق على موضوعين وهما زيد وسعاد ،وهناك من جهة أخرى من عرف الدوال المنطقية بالدوال ، فالمثال السابق تتحول فيه 'يحب' إلى محمول بموضوعين –يحب(زيد،سعاد)–وأذكر فيهذا الصدد وايتهد وراسل.انظر Oppenheimer 2011 في المراجع أدناه. في هذا المبحث ميزنا العلاقات عن الدوال .

يُدعى بمجموعة المنطلق بعنصر وحيد من مجموعة المستقر، تُسمى هذه العلاقات بالدوال :

دالة : مجموعة المنطلق ⟼ مجموعة المستقر

ونمثل لهذا النوع من العلاقات بعمليات النفي والوصل والفصل والاستلزام، هذه الدوال تربط بين قيمتين صدقيتين بقيمة صدقية أخرى،أو تربط قيمة صدقية وحيدة بقيمة أخرى بالنسبة للنفي كما يوضح ذلك الجدول:

دالة النفي	دالة الوصل	دالة الفصل	دالة الاستلزام
1⟻0	0⟻(0،0)	0⟻(0،0)	1⟻(0،0)
	0⟻(1،0)	1⟻(1،0)	1⟻(1،0)
0⟻1	1⟻(1،1)	1⟻(1،1)	1⟻(1،1)
	0⟻(0،1)	1⟻(0،1)	0⟻(0،1)

فالدوال مثلها مثل المحمولات تختلف من حيث عدد المواضيع التي تأخذها، فدالة النفي تمتلك موضوعا وحيدا، في حين تمتلك دالة الوصل والفصل والاستلزام موضعين، وهكذا يمكن أن نتصور ن-موضع حيث ن يمثل عدد أكبر من 1. ويمكن إدراج العمليات الجبرية (+، ×) ضمن دوال تأخذ عددين من مجموعة من الأعداد ($\mathbb{N}$،$\mathbb{R}$، $\mathbb{Q}$...) فتعطينا عددا ثالثا مثل: 1+6=7، دالة الجمع والضرب تُكتب على التوالي +()، ×().

قبل الانتقال إلى تركيب الصيغ المحمولية يتعين الإشارة إلى كون لغة المحمولات التي نتحدث عنها تندرج ضمن لغة من الدرجة الأولى، يعني ذلك أن المتغيرات أو المواضيع التي تأخذها المحمولات لا تتعدى متغيرات فرادية، ماذا لو أخذ المحمول محمولا آخر كمتغير من قبيل : ∀فا قا(فا) حيث إن 'قا' محمول أخذ محمولا آخر وهو 'فا'، عندها سنتحدث عن لغة محمولية من الدرجة الثانية.

3.2.لغة حساب المحمولات

مجموع الاعتبارات السابقة تقودنا إلى تعديل أبجدية اللغة التي سمحت لنا بتركيب القضايا آخذين بعين الاعتبار نوعين من المعطيات في تعريف القضية وهما المكممات

ثم المحمولات، بذلك سننتقل خطوة إلى حساب المحمولات الذي يُعد أكثر رحابة من حساب القضايا الذي تحدثنا عنه في السابق :

تعريف 8 : تقوم لغة المحمولات على مجموعتين :أبجدية ثم قواعد تركيب

تتكون الأبجدية من:

- **ثوابت فردية (أ،ب،ج،ح،ع....)**
- **متغيرات فردية (س$_1$، س $_2$، س $_3$...)**
- **محمولات (فا^ن، با^ن، عا^ن....) حيث إن ن فوق المحمول تمثل رتبية [1] المحمول أي عدد المواضع التي يأخذها المحمول، فإذا كان ن=1 فهو محمول أحادي، وإذا كان ن=2 فالمحمول اثناني،وإذا كان ن=3 فالمحمول ثلاثي... إلى أن نصل إلى ن موضع.مثال : التساوي (=) محمول ثنائي لأن رتبيته ن=2.**
- **دوال (د^ن...) حيث إن ن تمثل رتبية الدالة، أي عدد المواضع التي تأخذها الدالة.رتبية دالة الجمع هي2، لأن الجمع يأخذ عنصرين.**
- **روابط منطقية : $\vee$،$\wedge$،$\Leftarrow$،$\backsim$،$\Leftrightarrow$**
- **مكممات : $\exists$، $\forall$.**

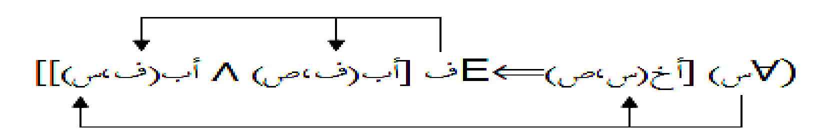
أما القواعد التركيب التي تسمح ببناء العبارات السليمة التركيب :

1. **إذا كانت أ و ب صيغتين فإن (أ$\wedge$ب)، (أ$\vee$ب)، ($\backsim$أ)، (أ$\Leftarrow$ب)، (أ$\Leftrightarrow$ب) تكون صيغة.**
2. **إذا كانت س و فا صيغة فإن: ($\forall$س) فا، (Eس) فا تكون صيغا.**

1.3.2. المتغيرات الحرة والمقيدة:

ستنجم عن إدخال المكممات على متغيرات الصيغ نتيجتان : تتمثل الأولى في كون بعض المتغيرات ستكون مقيدة بالمكمم وبعضها الآخر سيكون حرا خارج نطاق المكمم، ومن ثم سنميز بين صنفين من المتغيرات متغيرات مقيدة تدخل في نطاق المكمم ومتغيرات حرة تخرج عن نطاقه، وسنمثل لذلك بأمثلة فلنعتبر الصيغة الآتي:

1 Arity



في هذا المثال نطاق المكمم الكلي (∀س) هو الصيغة بكاملها بينما نطاق المكمم البعضي E ينحصر فقط في الصيغة الفرعية [أب(ف،ص) ∧ أب(ف،س)]

2.3.2. منطق العلاقات والدوال :

في الأمثلة الآتية ستتعرف إلى أمثلة لبعض المحمولات والدوال واقفين عند بعض الخصائص المنطقية والرياضية المميزة لهما:

مثال 13 (المحمول):

لنأخذ الجملة الآتية :

- أحمد أب طارق

سنقوم بترجمتها إلى قضية محمولية تنتمي إلى لغة محمولية من الدرجة الأولى وذلك بالتمييز بين نوعين من العناصر؛ عناصر متغيرة وهي: (أحمد، طارق) ثم عناصر ثابتة (---أب---) ومن ثم ستصبح اللفظة 'أب' محمولا رتبيته 2 لأنه يأخذ موضوعين أحمد ثم طارق، والجدير بالملاحظة أنه لا يجب تغيير موضعي طارق وأحمد لأن العلاقة لا تسمح بهذا التغيير، نقول في هذه الحالة أن العلاقة أب هي علاقة غير متناظرة.

لطارق أخ اسمه عبد الكريم ويمكن ترجمة هذه العلاقة محموليا على الشكل الآتي:

أخ(طارق،عبد الكريم)

في هذه الحالة يمكن تغيير موضعي طارق وعبد الكريم دون أن يفضي ذلك إلى تغيير في معنى العلاقة على الشكل الآتي: أخ(عبد الكريم،طارق)، نقول في هذه الحالة أن علاقة أخ متناظرة.

لطارق أخ آخر اسمه مصطفى وبالتالي:

أخ(طارق،مصطفى).

إذا كان مصطفى أخ لطارق فهل عبد الكريم أخ لمصطفى ؟ الجواب بالإيجاب يجعل من علاقة الاخوة علاقة متعدية ويمكن التعبير عن ذلك رمزيا على الشكل الآتي:

أخ(طارق،عبد الكريم) ∧ أخ(طارق،مصطفى) ⟸ أخ(عبد الكريم،مصطفى).

تُسمى هذه الخاصية بخاصية التعدي، هل خاصية التعدي تسري على علاقة الأبوة السابقة، مثلا إذا كان أحمد أب لطارق وطارق أب لزكرياء، فهل أحمد أب لزكرياء؟ الجواب هو بالنفي لأن علاقة الأبوة تمنع ذلك ويمكن التعبير عن ذلك على الشكل الآتي:

أب(أحمد،طارق) ∧ أب(طارق،زكرياء) ⟸~ أب(أحمد،زكرياء)

مثال 14 (الدوال):

سنأخذ الجمع كمثال ويُقاس عليه ماعداه:

جمع عددين طبيعيين س، ص يساوي عددا طبيعيا ش يمكن التعبير عن ذلك بطريقتين مختلفتين :

(1) جمع(س، ص، ش)

(2) جمع(س،ص)=ش

في علم الحساب لعملية الجمع رمز مخصوص وهو + ويُستعمل الاستعمال الآتي:

(3) س + ص = ش

مثال 15 :

دالة التالي : دالة التالي تأخذ أي عدد ثم تضيف إليه 1، يعبر عن دالة التالي على الشكل الآتي:

تالي(س) = س +1

ويمكن أن تختصر الدالة كالآتي:

س' = س +1

الدالة الثابتة : تأخذ الدالة الثابتة مجموعة من المتغيرات فتردها إلى قيمة ثابتة :

د(س$_1$،س$_2$،...س$_n$) = ف حيث إن ف عدد ثابت

دالة الاسقاط : تأخذ مجموعة من المتغيرات فتردها إلى قيمة وحيدة من هذه المتغيرات.

د(س$_1$،س$_2$،...س$_n$) = س$_i$ حيث إن $1 < i < n$

4.2.**دلالة حساب المحمولات :**

1.4.2.**تأويل الصيغ المحمولية في نموذج:**

تبقى مشكلة دلالة الصيغ المحمولية مطروحة، كيف يمكن تأويلها بحيث نسند إليها قيما صدقية (صادقة، كاذبة..)؟

لنأخذ العبارة الآتية :

- 11- ($\forall$س)($\exists$ص) فا(س،ص)$\Longrightarrow$نا(ص، س) [1]

هذه عبارة سليمة من الناحية النحوية حسب التعريف 8، لكنها غير ذات معنى، وبالتالي لا يمكن الحديث عن صدقها أو كذبها إلا إذا اتبعنا الخطوات الآتية:

- تحديد مجال القيم الذي يأخذها المتغيران (س، ص) ماذا تعني س و ص؟ على ماذا يحيل الرمزان؟، هذا المجال يُسمى بالمجموعة الشاملة، ونرمز لها بالرمز D
- تحديد المحمول، ماذا يعني المحمول 'فا' و'نا'، كيف يمكن تأويلهما بحيث يأخذان موضوعين لا أكثر.

تمثل هذه الخطوات تأويلا للصيغة السابقة، وسنقترح التأويل الآتي للصيغة بافتراض أن المجموعة الشاملة حيث يتم تعريف المتغيرين (س، ص) هي مجموعة البشر، أما المحمول **فا** فهو علاقة الأبوة، في حين أن **نا** هي علاقة البنوة وبالتالي ستصبح الصيغة السابقة:

($\forall$س $\in$ انسان) ($\exists$ص $\in$ انسان) **أب** (س، ص) $\Longrightarrow$**ابن**(ص، س)

---

1 تعني هذه الصيغة أنه مهما يكن س يوجد ص يحقق العلاقة فا(س،ص) التي تستلزم العلاقة نا(ص،س)

بعد ذلك يمكن تعويض **س** و **ص** بأحمد وطارق على التوالي فتصبح العلاقة السابقة:

- 12- أب(أحمد، طارق)⟸ابن(طارق،أحمد)

بإدخال مجال تعريف المتغيرات وتأويل المحمول فا فإننا **سنكون في موقع الحديث عن** صدق وكذب الصيغة المحمولية السابقة (- **11**-)، في هذه الحالة نقول أن العبارة أب(أحمد،طارق)⟸**ابن(طارق،أحمد)** تحقق الصيغة (∀س)(Eص) **فا**(س،ص)⟸**نا**(ص، س) في المجموعة الشاملة D، ومن ثم ستصدق الصيغة أعلاه إذا وفقط إذا كان أحمد أب لطارق واستلزم الأمر أن يكون طارق ابن لأحمد حسب الصيغة اللزومية.

(∀**س**)(E**ص**) **فا** (**س**،**ص**)⟸**نا**(**ص** ، **س**)

↓ تأويل

(∀**س** ∋ انسان) (E**ص** ∋ انسان) أب (**س** ، **ص**) ⟸ابن(**ص** ، **س**)

أحمد وطارق ينتميان إلى الانسان إذن . أب(أحمد ، طارق)⟸ابن(طارق،أحمد)

مثال 16

لنأخذ صيغة أخرى[1] ولتكن :

- **13-** عم(م،ط) ⟸ (أخ(م،ح) ∧ أب(ح،ط))

سنقوم بتأويلها على الشكل الآتي:

م، ط،ح	متغيرات تشير إلى مجموعة من الأشخاص	م: محمد ح: أحمد ط:طارق
عم	محمول يشير إلى علاقة العمومة	**عم(م،ح) :محمد عم** طارق
أخ	محمول يشير إلى علاقة الأخوة	أخ (م،ح) : محمد أخ أحمد
أب	محمول يشير إلى علاقة الأبوة	أب (ح،ط) : أحمد أب طارق
∧	رابط الوصل	وَ
⟸	الاستلزام	إذا كان...فإن....
عم(م،ط) ⟸ (أخ(م،ح) ∧ أب(ح،ط))		**إذا** كان محمد عم لطارق **فإن** محمد أخ لأحمد وأحمد أب لطارق

المجموعة الشاملة في هذا المثال هو مجموعة من الأشخاص {محمد، أحمد، طارق، } قمنا بتأويل المحمول عم بكونه علاقة العمومة تربط بين عنصرين ينتميان إلى مجموعة الأشخاص، فيما يتعلق بالروابط المنطقية فكل رابط منطقي قُوبل برابط لغوي في اللغة الطبيعية فحصلنا في الأخير على جملة طبيعية (إذا كان محمد عم لطارق فإن محمد أخ لأحمد وأحمد أب لطارق)

1 لأجل تسهيل قراءة المحمولات سنحتفظ بدلالتها اللغوية.

مثال 17

- 14-($\forall$س$_1$،س$_2$،س$_3$) أخ(س$_1$،س$_2$) $\wedge$ أب(س$_3$،س$_1$) $\Longrightarrow$ أب (س$_3$،س$_2$)

سيتم تأويل الصيغة على الشكل الآتي:

($\forall$س$_1$،س$_2$،س$_3$)	مهما يكن الأشخاص س$_1$،س$_2$،س$_3$	م: محمد ح: أحمد ط:طارق
أخ	محمول يشير إلى علاقة الأخوة	أخ(س$_1$،س$_2$): س$_1$ أخ س$_2$
أب	محمول يشير إلى علاقة الأبوة	أب(س$_3$،س$_1$) : س$_3$ أب س$_1$ أب(س$_3$،س$_2$) : س$_3$ أب س$_2$
$\wedge$	رابط الوصل	وَ
$\Longleftarrow$	الاستلزام	إذا كان...فإن....
أخ(س$_1$،س$_2$) $\wedge$ أب(س$_3$،س$_1$) $\Longrightarrow$ أب (س$_3$،س$_2$)		إذا كان س$_1$ و س$_2$ أخوين فإن لهما أب واحد س$_3$

مثال 18:

-($\forall$س$_1$،س$_2$،س$_3$) تسا(س$_1$،س$_2$) $\Leftrightarrow$ تسا (جمع(س$_1$،س$_3$)،جمع(س$_2$، س$_3$))

($\forall$س$_1$،س$_2$،س$_3$)	مهما تكن الأعداد (س$_1$،س$_2$،س$_3$) من مجموعة الاعداد الصحيحة االطبيعية $\mathbb{N}$	
تسا	محمول يشير إلى علاقة التساوي =	تسا(س$_1$،س$_2$) : س$_1$ = س$_2$
جمع	دالة تشير إلى عملية الجمع +	جمع(س$_1$،س$_3$) : س$_1$ + س$_3$ جمع(س$_2$،س$_3$) : س$_2$ + س$_3$
تسا (جمع(س$_1$،س$_3$)،جمع(س$_2$، س$_3$))		س$_1$ + س$_3$ = س$_2$ + س$_3$
$\Leftrightarrow$	التكافؤ	إذا كان وفقط إذا كان....

إذا عوضنا المتغير **س$_3$** بقيمة عددية 5 ستصبح الصيغة :

$$س_1 = س_2 \Leftrightarrow س_1 +5 = س_2 +5$$

تمرين 1

اقرأ النص وأنجز المطلوب:

قام 'طارق' بزيارة أخته 'ليلى' بمعية أبيه 'أحمد' وأمه 'فاطمة'، فوجد عند بيت أخته أخاه 'عبد الكريم'.

هل الصيغ الآتية تحققها العلاقات العائلية أعلاه:

أ. $\forall$س$_1$ عا(س$_1$،س$_1$)

ب. $\forall$س$_1$ عا(س$_1$،س$_2$)$\Leftarrow$~ عا(س$_2$،س$_1$)، حيث إن ~ ترمز إلى النفي.

ت. $\forall$س$_1$ عا(س$_1$،س$_2$) $\Leftarrow$ عا(س$_2$،س$_1$).

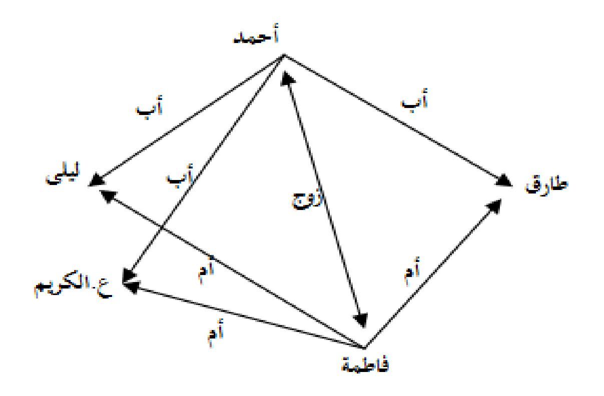
ث. $\forall$س$_1$ $\forall$س$_2$ $\forall$س$_3$ عا(س$_1$،س$_2$) $\wedge$ عا(س$_2$،س$_3$) $\Leftarrow$عا(س$_1$، س$_3$)

الجواب:

في البداية سنستخلص العلاقات العائلية في النص ثم نعبر عنها بلغة محمولية:

	العلاقة العائلية	ترجمتها المحمولية
1	أحمد أب طارق	أب (أحمد،طارق)
2	أحمد أب عبد الكريم	أب(أحمد،عبد الكريم)
3	أحمد أب ليلى	أب(أحمد،ليلى)
4	فاطمة أم طارق	أم (فاطمة،طارق)
5	فاطمة أم عبد الكريم	أم (فاطمة،عبد الكريم)
6	فاطمة أم ليلى	أم(فاطمة، ليلى)
7	طارق أخ عبد الكريم	أخ (طارق،عبد الكريم)
8	طارق أخ ليلى	أخ(طارق،ليلى)
9	عبد الكريم أخ طارق	أخ(عبد الكريم،طارق)
10	أحمد زوج فاطمة	زوج(أحمد،فاطمة)

جدول14



شكل 9

الصيغة (أ) : Eس$_1$ عا(س$_1$،س$_1$) :

لا تحققها أية علاقة عائلية، لأنه لا توجد علاقة عائلية منعكسة تأخذ نفس الشخص في موضعي العلاقة : لو أخذنا علاقة الأبوة، مثلا، فلن تحقق هذه الصيغة لأنه لا يمكن أن يوجد شخص في العائلة يكون أبا لنفسه، وبالتالي فإن العلاقة الآتية غير صحيحة : أب(أحمد،أحمد)، أي أن نفيها صحيح $\backsim$أب(أحمد،أحمد)

الصيغة (ب) : (Eس$_1$) (Eس$_2$) عا(س$_1$،س$_2$)$\Longleftarrow\backsim$ عا(س$_2$،س$_1$) .

هذه الصيغة تحققها العلاقات العائلية (1،2،3،4،5،6) أي جميع العلاقات التي يرد فيها ذكر 'أب' و 'أم' ويمكن إعطاء مثال بالعلاقة (1) و(6):

(1): أب(أحمد،طارق)$\Longleftarrow\backsim$ أب(طارق،أحمد)

وتعني أنه إذا كان أحمد أب لطارق فإن طارق ليس أبا لأحمد، وهذا ما عبرنا عنه بنفي $\backsim$ أب(طارق،أحمد) .

(6) : أم(فاطمة،ليلى)$\Longleftarrow\backsim$ أم(ليلى،فاطمة)

تعني إذا كانت فاطمة أم ليلى فإن ليلى ليست أما لفاطمة. أما العلاقات الأخرى (7،8،9،10) فلا تحقق هذه الصيغة.

الصيغة (ت) : عا(س$_1$،س$_2$)⟸ عا(س$_2$،س$_1$) .

هذه الصيغة تحققها العلاقات (7،8،9،10)، أي جميع العلاقات التي يرد فيها ذكر أخ وزوج لأن علاقة الأخوية علاقة متناظرة، بمعنى إذا كان طارق أخ لعبد الكريم فإن عبد الكريم أخ لطارق وهذا ما تحققها العلاقة (7) على سبيل المثال:

أخ(طارق،عبد الكريم) ⟸أخ(عبد الكريم،طارق).

أما العلاقة العائلية (10) فتحقق الصيغة كذلك لأن

زوج(أحمد،فاطمة)⟸زوج(فاطمة،أحمد)

فيمكن أن نغير موقعي أحمد وفاطمة في المحمول دون أن يؤدي ذلك إلى تغيير في معنى المحمول.

الصيغة (ث): Eس$_1$ Eس$_2$ Eس$_3$ عا(س$_1$،س$_2$) ∧ عا(س$_2$،س$_3$) ⟸عا(س$_1$، س$_3$)

هذه الصيغة تحققها العلاقات (7،8،9) لأن علاقة الأخوة علاقة متعدية فإذا كان طارق أخ عبد الكريم وعبد الكريم أخ ليلى فإن طارق أخ ليلى:

أخ(طارق،عبد الكريم) ∧ أخ(عبد الكريم،ليلى)⟸أخ(طارق،ليلى)

علاقة الأبوة ليست علاقة متعدية وكذلك علاقة الزوجية فإذا كان أحمد أب طارق وطارق أب زكرياء فإن أحمد ليس أبا زكرياء.

ما قمنا به إلى الآن هو تأويل الصيغ بافتراض مجال تُأول فيه العناصر والدوال والمحمولات لذلك سنستعين بالتعريف الآتي لتقريب هذا المفهوم.

تعريف 9 :إذا كانت ℓ مجموعة من الصيغ سليمة التركيب، فإن تأويل هذه الصيغ يتم في نموذج $\mathcal{M}$ تتكون من العناصر الآتية:

1. **مجموعة غير فارغة D، تُسمى بالمجموعة الشاملة أو بمجال التأويل.**
2. **كل محمول فا^{ن} في هذه الصيغ سيأول على أساس كونه علاقة بين ن عنصر من المجموعة D، فإذا كان ن=2، فالمحمول فا^2 يربط بين عنصرين (س$_1$،س$_2$) من المجال D، أما إذا كان المحمول فا^3 فإنه يربط بين ثلاثة عناصر (س$_1$،س$_2$،س$_3$) من المجموعة D، أما إذا كان فا^{ن} فإن المحمول يربط ن عنصر (س$_1$،س$_2$..،س$_{ن}$) من المجموعة D.**

3. **كل دالة دل^{ن} تأول على أساس أنها تربط عدد من العناصر (س$_1$،س$_2$...س$_ن$) بعنصر من المجموعة الشاملة D.**
4. **كل عنصر في الصيغة يأول بكونه عنصرا من المجموعة D.**

استخدمنا في هذا التعريف مفردة تأويل، الحديث بهذا الشكل هو غير صوري لذلك في بعض الأدبيات المنطقية-الرياضية يعبرون عن التأويل صوريا بكونه دالة I تربط بين عنصر س في تعبير رمزي معين بعنصر آخر في المجموعة الشاملة، وتربط كل محمول ذي ن موضوع في التعبير بتعالق ن من العناصر في المجموعة الشاملة، وتربط كل دالة لها ن موضع بدالة في المجموعة الشاملة لها ن موضع.

المجموعة الشاملة في التمرين 1 هو مجموعة العناصر :

D = { أحمد، فاطمة، طارق، ليلى،عبد الكريم }

أما مجموعة العلاقية فتتكون من :

مجوعة العلاقات = { أب(أحمد،طارق) –أب(أحمد،ليلى) –أب(أحمد،عبد الكريم)–أم(فاطمة،طارق) –أم(فاطمة،ليلى) –أم(فاطمة،عبد الكريم)–زوج(أحمد،فاطمة)–أخ(طارق،عبد الكريم)–أخ(عبد الكريم،ليلى)–أخ(طارق،ليلى) }

المحمول أب^2 هو محمول ثنائي لأنه يأخذ عنصرين في موضعيه.

2.4.1.2.**كذب وصدق الصيغ المحمولية :**

الصيغ في حساب القضايا إما أن تكون صادقة أو كاذبة وقد اقتضى منا ذلك افتراض دالة صدق (υ) تربط بين كل صيغة محمولية بقيمتها الصدقية:

υ : صيغة محمولية $\longmapsto$ { 0، 1 }

ولأجل ذلك لجأنا إلى جداول الصدق لتعريف الروابط المنطقية، هل بالإمكان تطبيق جداول الصدق على حساب المحمولات؟ استعمال جداول الصدق هي طريقة محدودة وتنطبق فقط على حساب القضايا، في حساب المحمولات الأمر يختلف شيئا ما، فمتغيرات المحمولات تستدعي تعيين مجالا من القيم اصطلحنا عليه بالمجموعة الشاملة، ومن ثم اقتضى منا ذلك تحديد نموذجا تتحقق فيه هذه الصيغ وتأخذ معناها فيه، فصدق الصيغة أو كذبها يتوقف على وجود نموذج تأول فيه عناصرها.

تعريف 10 (النموذج): نعتبر الصيغة أ سليمة التركيب تنتمي إلى لغة محمولية من الدرجة الأولى، إذا وُجد نموذج $\mathcal{M}$ تتحقق فيه هذه الصيغة أ، عندئذ نقول أن $\mathcal{M}$ هي نموذج لهذه الصيغة ونكتب: $\mathcal{M} \models$ أ

نقرأ أن أ تصدق في النموذج $\mathcal{M}$، أو أن النموذج $\mathcal{M}$ يحقق الصيغة أ.

ما يجري على صيغة واحدة يجري على مجموعة من الصيغ $\mathfrak{L}$، فالنموذج $\mathcal{M}$ يحقق مجموعة الصيغ $\mathfrak{L}$ إذا وفقط إذا تحققت جميع صيغ $\mathfrak{L}$ في النموذج $\mathcal{M}$.

$\mathcal{M} \models \mathfrak{L}$ إذا كان $\mathcal{M} \models$ أ أيا كانت أ في $\mathfrak{L}$ (أ $\in \mathfrak{L}$)

إذا كانت الصيغة أ متحققة في جميع النماذج $\mathcal{M}$ حينها نقول أن أ صحيحة أو صحيحة منطقيا ونكتب حينها $\models$ أ

من جهة أخرى إذا تحققت صيغة أ (أو مجموعة من الصيغ $\mathfrak{L}$) في نموذج فرعي[1] من النموذج $\mathcal{M}$ ($\mathcal{M} \supset \mathcal{N}$) فإن هذه الصيغة تتحقق كذلك في النموذج $\mathcal{M}$.

5.2. صورنة نظرية المخططات بحساب المحمولات[2]:

شبكة العلاقات العائلية في الشكل 9 هي عبارة عن مخطط، فإذا تأملت هذا المخطط العائلي وجدته يتضمن مكونين أساسين :

- أفراد العائلة : أحمد، طارق، عبد الكريم....
- علاقات عائلية : أب، ابن، زوج...

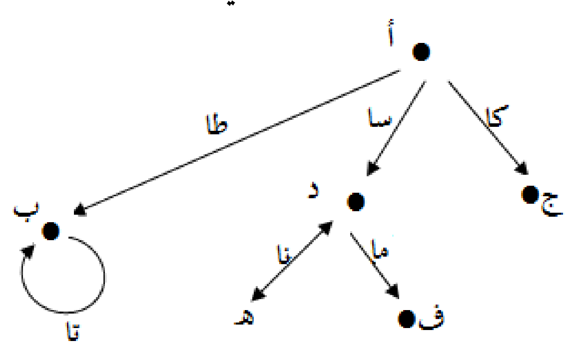
إذا تُرجم هذا المخطط العائلي إلى مخطط رياضي فإن أفراد العائلة ستمثل عقدا بينما العلاقات العائلية ستمثل أسهما تربط بين عقدتين للمخطط، وعموما يمكن تعريف المخطط على الشكل الآتي:

تعريف 11 : الأخطوط عبارة عن مجموعة من العقد ومجموعة من الأسهم، كل سهم يربط بين عقدتين، وله بداية ونهاية.

1 Submodel

2 نظرا إلى أهمية المخططات في صورنة وتمثيل المسائل اللسانية سنعمد في هذا المحور التوقف عند نظرية المخططات وإبراز خصائصها المنطقية .

مثال 19 : نعتبر الأخطوط الموجه (خط) الآتي:



شكل 10

يتكون الأخطوط الموجه (خط) أعلاه من ثلاثة عناصر :

- ✓ مجموعة من العقد (**أ، ب، ج،د،ف،ه**)
- ✓ مجموعة من الأسهم (**كا، سا، طا، نا، ما،تا**)
- ✓ كل سهم له بداية ونهاية، بداية السهم طا هو العقدة (**أ**) ونهايته في العقدة (**ب**).

تعتبر الأسهم في الأخطوط بمثابة محاميل اثنانية تتخذ عقدتين موضوعا لها، هكذا فالسهم **نا** هو محمول يربط بين عنصرين (**د**) وَ (**ه**)، وبالتالي نكتب **نا(د،ه)** .

تتميز الأسهم في الأخطوط (خط) بمجموعة من الخصائص المنطقية ويمكن التمييز بين عدة أصناف من الأسهم أو بالأحرى محاميل ولأجل التفريق بين هذه الأسهم يتعين توصيفها منطقيا من خلال خصائصها المنطقية.

لنأخذ العلاقة **كا**، هذه العلاقات تحقق الشرطين 1 وَ 2 الآتيين :

1. كا(أ، ج) ⟸ ∽كا(ج، أ)

اتجاه الأسهم له أهمية خاصة في دراسة المخططات لذلك فالصيغة كا(أ، ج) ليست هي الصيغة كا(ج،أ) ؛ فالسهم **كا** يربط بين (أ) وَ (ج) متجها من (أ) إلى (ج) لذلك عبرنا عن ذلك بـــ **كا(أ،ج)**، وبما أن هذه العلاقة لا تتجه من العقدة (ج) إلى (أ) فإن **كا(ج،أ)** غير صحيحة، أي أن نفيها صحيح **∽كا(ج، أ)**.**ومن ثم نستنتج أن الصيغة** كا(أ، ج) ⟸ ∽كا(ج، أ) متحققة في الأخطوط خط فنكتب :

خط ⫤ كا(أ، ج) ⟸ ∽كا(ج، أ)

2. ∽كا(أ، أ)

لا تربط العلاقة **كا** العقدة بنفسها،لأجل ذلك فالصيغة كا(أ،أ) غير صحيحة أي أن نفيها هو الصحيح ∽كا(أ، أ)، لذلك فهذه الصيغة متحققة في الأخطوط السابق ويمكننا كتابة

خط ⊨ ∽كا(أ، أ)

تمرين 2 : هل الصيغ المحمولية التالية تتحقق في الأخطوط (خط) (**شكل 10**)

1. E$س_1$ عا($س_1$،$س_1$)
2. ∀$س_1$ عا($س_1$،$س_1$)
3. ∀$س_1$ عا($س_1$،$س_2$)⟸∽ عا($س_2$،$س_1$)، حيث إن ~ ترمز إلى النفي.
4. ∀$س_1$ عا($س_1$،$س_2$)⟸ عا($س_2$،$س_1$).
5. ∀$س_1$ ∀$س_2$ ∀$س_3$ عا($س_1$،$س_2$) ∧ عا($س_2$،$س_3$) ⟸عا($س_1$، $س_3$)

جواب :

1. العلاقة في الصيغة الأولى هي علاقة منعكسة بحيث تربط العنصر بنفسه وإذا بحثنا عن مقابل لهذه العلاقة في الأخطوط **خط** سنجد أن السهم تا هو الذي يحقق هذه العلاقة ذلك أن هذا السهم يربط العقدة ب بنفسها لكن يوجد عنصر وحيد في الأخطوط هو الذي ينطبق عليه هذا الوصف أما باقي العناصر فلا ومن ثم نقول أن العلاقة تصدق في النموذج:

خط ⊨ E$س_1$ عا($س_1$،$س_1$)

نقول في هذه الحالة أن الأخطوط (خط) هو نموذج للصيغة E$س_1$ عا($س_1$،$س_1$) أو بتعبير آخر أن (خط) يحقق هذه الصيغة، أو أن الصيغة تصدق في النموذج (خط).

في هذا المثال قمنا بتأويل الصيغة في مجموعة شاملة A تتكون من مجموعة العقد والأسهم.تُسمى A المجموعة الشاملة للنموذج (خط)، ما قمنا بعمله هو تأويل مجموعة الرموز التي تتكون منها الصيغة في النموذج ومن ثم يمنح النموذج معنى لكل عنصر من عناصر التعبير في الصيغة.

2. الصيغة الثانية لا تتحقق لوجود سور كلي ∀ في العلاقة والسبب واضح لأن الصيغة تتضمن شرطا غير موجود في الأخطوط وهو كون جميع العناصر في الأخطوط يجب أن تحقق العلاقة عا($س_1$،$س_1$)، وهذا مجانب للصواب لأن

الأسهم (**كا، سا، طا، نا، ما**) لا تربط العقد بنفسها.ومن ثم نقول ان الصيغة $\forall$س$_1$ عا(س$_1$،س$_1$) لا تتحقق في الأخطوط (خط).

3. الصيغة الثالثة تتحقق في الأخطوط (خط) حيث إن الأسهم كا، سا، طا، ما تربط بين عقد في اتجاه مخصوص غير منعكس نكتب :
   - ✓ كا(أ، ج) $\Longrightarrow$ ∽كا(ج، أ)
   - ✓ طا(أ، ب) $\Longrightarrow$ ∽طا(ب، أ)
   - ✓ سا(أ، د) $\Longrightarrow$ ∽سا(د، أ)
   - ✓ ما(د، ف) $\Longrightarrow$ ∽ما(ف، د)

ومن ثم فإن

خط $\models$ $\forall$س$_1$ عا(س$_1$،س$_2$)$\Longrightarrow$∽ عا(س$_2$،س$_1$)

نقرأ أن الصيغة (عا(س$_1$،س$_2$)$\Longrightarrow$∽ عا(س$_2$،س$_1$)) يحققها النموذج خط.

4. الصيغة الرابعة تتحقق في الأخطوط (خط) حيث إن نا(د،ه) $\Longleftarrow$ نا (ه، د) فالسهم له اتجاهان متعاكسان ؛ مرة يتجه من (ه) إلى (د) ومرة أخرى من (ه) إلى (د)

وبالتالي نكتب :

خط $\models$$\forall$س$_1$ عا(س$_1$،س$_2$)$\Longleftarrow$ عا(س$_2$،س$_1$).

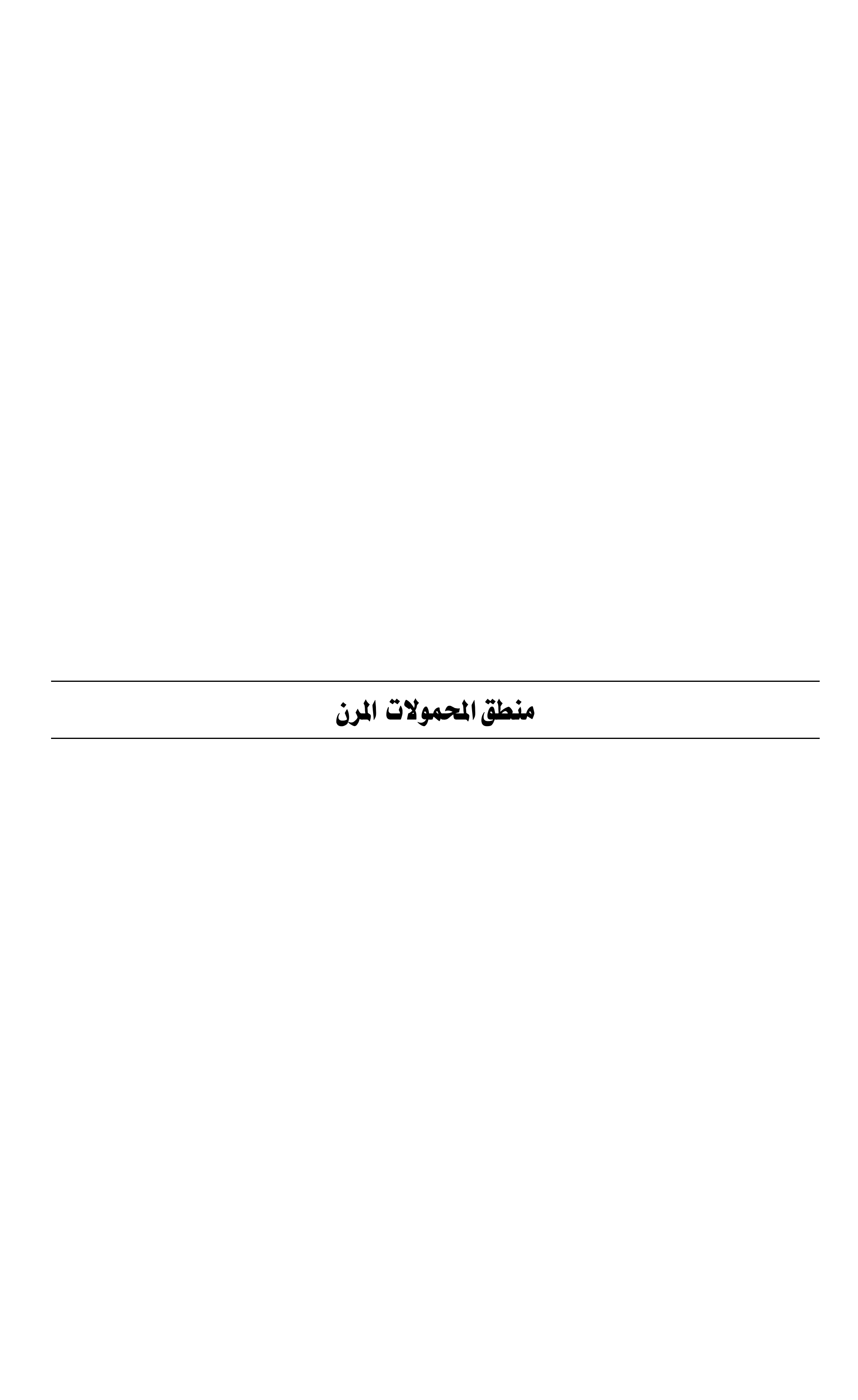
5. الصيغة الخامسة لا تتحقق في النموذج لأنه لا توجد صيغة متعدية.

6.2.البنية المنطقية:

يمكن استجماع 'الأشياء' المنطقية التي تحدثنا عنها سابقا في إطار تنظيمي مفهومي تحت مسمى البنية المنطقية التي تتضمن ثلاثة أنواع من المعطيات : مجموعة من القضايا، مجموعة من العمليات على هذه القضايا ومجموعة من الدوال، ثم مجموعة من الثوابت، ويمكن التعبير عن ذلك في التعريف الآتي:

تعريف 12 : بنية المنطق عبارة عن متوالية من العناصر (قض، عم،دل، قيم)

حيث ترمز 'قض' إلى مجموعة غير خالية من القضايا ؛ قض = {أ،ب،ج،د..}. وترمز 'عم' إلى مجموعة من العمليات المنطقية عم = { ∧،∨،∽، $\Longrightarrow$، $\leftrightarrow$ }، كل عملية إما أن تكون أحادية في حالة النفي ∽، أو اثنانية مثل الوصل ∧ والفصل ∨. وترمز 'دل' إلى مجموعة من الدوال،أما القيم فتضم مجموعة من القيم 0 و 1.



منطق المحمولات المرن

3. منطق المحمولات المرن

تعرض حساب المحمولات من الدرجة الأولى بالمعنى الذي تحدثنا عنه في السابق لمشاكل متعددة وتتمثل عيوبه في كونه يعجز عن صورنة بعض الحقائق العلمية المعقدة من قبيل عجزه عن توصيف قضايا تستعصي أن تندرج في ثنائية صادق-كاذب، لذلك تطورت البحوث المنطقية في اتجاه توسيع مجال قيم دالة الصدق التي تحدثنا عنها في التعريف 4 من مجموعة من القيم (0،1) إلى مجال محدود من القيم طرفاه صفر وواحد.

يبدأ الحديث عن المنطق المرن عندما نبدأ الحديث عن إمكانية الانتماء التدرجي لعنصر معين في مجموعة ؛ فبدل الإقرار أن عناصر مجموعة ما تأخذ قيمتين إما تنتمي أو لا تنتمي فإن المجموعات المرنة تسمح لعناصرها بالانتماء المتدرج إلى المجموعة، من هنا تأتي مرونة المجموعات المرنة، لأجل تقريب هذا المفهوم يُستعان ببعض الألفاظ الطبيعية من قبيل أن العنصر x ينتمي أقل إلى المجموعة A ، بعض العناصر تتفاضل من حيث درجة انتمائيتها إلى المجموعة فإذا كان عنصر x ينتمي بدرجة[1] 0.2 إلى المجموعة A و y ينتمي بدرجة 0.5 إلى المجموعة A فإن y يكون أكثر انتماء إلى المجموعة A من العنصر x.

لا يقف المنطق المرن عند توصيف دقيق لبعض القضايا المرنة إنما يعطينا طريقة لحساب القضايا المرنة موظفا طرق وعمليات معهودة كنا قد تعرفنا عليها في حساب القضايا التقليدية من قبيل مفهوم القيمة الكبرى والقيمة الصغرى.

1.3. تذكير بأساسيات نظرية المجموعة.

تعتبر نظرية المجموعات من الشعب الهامة في الرياضيات وضع تصورها الرياضي الألماني 'جورج كانتور' في نهاية القرن التاسع عشر، وبمفاهيم جد بسيطة (المجموعة الانتماء) استطاعت أن تصورن الكثير من المفاهيم المستعملة في الرياضيات مثل الدالة،

---

1 لاحظ أننا سنستعمل أرقاما بدل الألفاظ المنطقية صادق أو كاذب ، ذلك أن الألفاظ نهائية (صادق أقل صدقا ، أكثر صدقا ، كاذب أقل كذبا...) لكن في مقابل ذلك الألفظ غير نهائية بشكل يلائم بعض حاجيات توصيف مجموعات تحتوي على عدد غير نهائي من العناصر..

العلاقة، الأعداد الطبيعية، الحقيقية، المعقدة...من أجل ذلك فإنها تمثل إحدى النظريات المؤسسة للرياضيات فاعتبرها 'هلبرت' جنة الرياضيات.

كنا قد استخدمنا بعض مفاهيمها في تأويل العمليات التقليدية[1]، والآن سنحتاجها في تأويل العمليات المرنة التي جاء بها المنطق المرن، لم يستغن مهندس الكهرباء 'لطفي زاده' مؤسس المنطق المرن عن الإطار الذي تمده به نظرية المجموعات الكلاسيكية بل يُعتبر عمله النظري توسيعا لنظرية المجموعات التقليدية وذلك عن طريق تصور مجموعة لا تقسم العناصر إلى منتمية أو غير منتمية وإنما إلى عناصر منتمية كليا إلى المجموعة وعناصر تنتمي جزئيا إلى المجموعة ثم عناصر غير منتمية كلية إلى المجموعة.

1.1.3. مفهوم المجموعة والانتماء

تقوم فكرة نظرية المجموعات على عنصرين أوليين أساسين: وهما فكرة المجموعة ثم فكرة الانتماء. تُعرف المجموعة بكونها مجموعة من الأشياء تتقاسم خاصية محددة أو مجموعة من الخصائص مثل مجموعة **انسان** التي تحتوي على مخلوقات تتصف بخاصية البشرية.

هناك طريقتان في تعريف المجموعة:

- إما أن نعرفها بتحديد العناصر التي تنتمي إلى مجموعة البشر، هذه الطريقة تُعرف بالتعريف بواسطة الماصَدق مثال: مجموعة الأعداد الصحيحة الطبيعية

$\mathbb{N}=\{0,1,2,3,4.......\}$

- وإما نحدد الخصائص المعرفة التي يتعين أن يستوفيها العنصر حتى يكون مؤهلا للدخول ضمن عناصر المجموعة

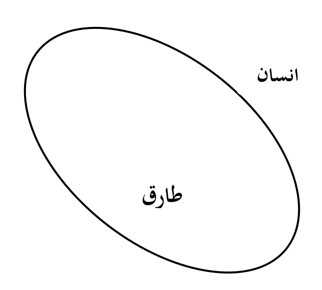
مثال: مجموعة الأفعال هي المفردات المعجمية التي تدل على حدث وزمن.

يُرمز إلى الانتماء بالرمز ∋، أما عدم الانتماء فيرمز له بالرمز ∌.

مثل : طارق ∋ انسان

---

[1] حيث أولنا رابط الفصل∨ بالاتحاد المجموعي ∪ ، ورابط الوصل ∧ بعملية التقاطع المجموعي ∩ أما النفي ~ فقد أُول بعملية الإتمام c.



يمكن التعبير عن هذا الانتماء بعبارة صورية على الشكل الآتي:

– 15– انسان(طارق)، حيث إن **انسان** محمول ذو موضوع واحد وهو طارق.

تصح العبارة إذا وفقط إذا كان 'طارق' ينتمي فعلا إلى مجموعة البشر **انسان**، ويتم تكذيبها إذا كان 'طارق' لا ينتمي إلى مجموعة البشر، إذن نحن ازاء حالتين إما أن ينتمي 'طارق' إلى البشر وإما أن لا ينتمي، يُعرف هذا القانون في أدبيات المنطق بالثالث المرفوع وسنصوغه رمزيا على الشكل الآتي:

– 16– أ V ∽ أ

حيث يشير الرمز V إلى البدل المنطقي (أو)، أما ∽ فيرمز إلى النفي. هكذا يمكن تصنيف الأشياء في العالم إلى مجموعات متمايزة بحسب خصائصها المنطقية، ويترتب عن ذلك قانون آخر لا يقل أهمية عن الأول وهو قانون التناقض الذي يُعتبر نفيا للقانون الأول ويمكن صياغة ذلك على الشكل الآتي:

– 17– أ Λ ∽ أ

لو طبقنا هذا القانون على العبارة السابقة (– 15–) لأفضى ذلك لا محالة إلى التناقض :

– 18–انسان(طارق) Λ ∽ انسان(طارق)

تعني هذه العبارة أن طارق انسان وَ غير انسان في نفس الوقت، وهذا تناقض بين.

قانون الثالث المرفوع هو قانون صحيح على الدوام وتُسمى القوانين أو الصيغ الصادقة على الدوام بالصيغ التحصيلية، أما قانون التناقض هو خاطئ على الدوام،

للتأكد من الأمر سنعطي للعبارة السابقة (أ) قيما صدقية من خلال جدول الصدق الآتي[1]:

أ	~أ	أ V ~ أ	يتم حساب القضية الفصلية (أ V ~ أ) بأخذ القيمة الكبرى للقيمتين أ و ~ أ.
1	0	1	v (~أ V أ) = max (~أ ،أ) = max (0 ،1)=1
0	1	1	v (~أ V أ) = max (~أ ،أ) = max (1 ،0)=1

حيث إن max ترمز إلى عملية اختيار القيمة الكبرى.

تلاحظ أنه مهما كانت القيمتان الصدقيتان لـ أ فإن قيمة القضية الفصلية (أ V أ~) v تكون دائما مساوية لواحد أي صادقة على الدوام، بالنسبة لقانون التناقض سيتم حسابه أيضا باللجوء إلى جدول الصدق وتتوقف حساب صيغة التناقض أ Λ ~ أ بحساب القضيتين الموصولتين التي تكونه وهي أ وَ ~أ:

أ	~أ	أ Λ ~ أ	يتم حساب القضية الوصلية (أ Λ ~ أ) بأخذ القيمة الصغرى للقيمتين أ و ~ أ.
1	0	0	v (~أ Λ أ) = min (~أ ،أ) = min (0 ،1)=0
0	1	0	v (~أ Λ أ) = min (~أ ،أ) = min (1 ،0)=0

تلاحظ أنه مهما كانت القيمتان الصدقيتان لـ أ فإن قيمة القضية الوصلية (أ Λ أ~)v تكون دائما مساوية لصفر أي كاذبة على الدوام.

2.1.3.الدوال:

الدوال هي نوع خاص من العلاقات بين المجموعات، سبق أن استخدمنا دالة وحيدة هي دالة v في التعريف 4، هذه الدالة تربط بين مجموعتين : المجموعة المنطلق سنسميها قض التي ترمز إلى مجموعة القضايا، أما مجموعة المستقر هي القيم 0 و 1.

v : قض ⟶ {0,1}

[1] يُرمز إلى قيمة الكذب بالرمز صفر بينما قيمة الصدق يرمز لها بواحد.

ماذا تعني هذه الصياغة؟

تعني أن جميع الجمل أو الصيغ التي تنتمي إلى مجموعة القضايا ***قض*** تقبل قيمة وحيدة من مجموعة القيم $\{0,1\}$ لاحظ جيدا أن مجموعة القيم تحتوي على قيمتين 0 و 1، الصيغة أعلاه (طارق (انسان)) تنتمي إلى مجموعة القضايا وبالتالي فإنها تقبل قيمة صدقية 0 أو 1..

مثال: ما هي القيمة الصدقية للقضية الآتية : 'طارق انسان وأستاذ'، هذه القضية تسمى وصلية لأنها تتكون من قضيتين موصولتين برابط الوصل 'وَ'، القضية الأولى هي 'طارق انسان' أما القضية الثانية هي 'طارق أستاذ'.

حتى يمكن حسابها يتعين علينا بداية ترجمتها إلى لغة رمزية على الشكل الآتي:

انسان(طارق) ∧ أستاذ(طارق)

حيث يشير الرمز ∧ إلى رابط الوصل، إذن القيمة الصدقية للعبارة 'طارق انسان وأستاذ' هي القيمة الصدقية للقضيتين التي تتكون منهما أي القيمة الصدقية لطارق انسان والقيمة الصدقية لطارق استاذ وسنصوغ ذلك على الشكل الآتي:

(أستاذ(طارق)) 𝓋 ∧ (انسان(طارق))𝓋=(أستاذ(طارق) ∧ انسان(طارق))𝓋

تصدق هذه العبارة إذا انتمى طارق إلى مجموعة انسان وَ مجموعة الأساتذة في آن واحد وتكذب إذا لم ينتم إلى أحد المجموعتين.

3.1.3.الدالة المميزة

هناك دالة تكتسي أهمية خاصة نظرا إلى أهميتها تعرف بالدالة المميزة أو دالة العضوية، تكمن أهميتها في كونها تحدد انتماء العناصر إلى المجموعة، تأخذ هذه الدالة بحسب انتماء العنصر قيمتين إما 1 في حالة انتماء العنصر إلى المجموعة، و0 إذا لم ينتم العنصر إلى المجموعة ويمكن التعبير عنها رمزيا على الشكل الآتي:

$$\begin{aligned} \mu_F : E &\longrightarrow \{0,1\} \\ x &\longmapsto \begin{cases} 1 \text{ si } x \in F \\ 0 \text{ si } x \notin F \end{cases} \end{aligned}$$

تأخذ الدالة المميزة μ قيمتين فقط ؛ إما 1 في حالة انتماء x إلى F، أو تأخذ 0 إذا لم ينتم x إلى F . أيا كان العنصر في المجموعة فترتبط به دالة مميزة تحدد انتماءه إلى المجموعة ومجال القيم المسندة تحتوي على عنصرين فقط هما 0 و 1.

مثال :نرغب في تصنيف مجموعة من المفردات المعجمية ضمن فئة الإسم، ما هي الدالة المميزة لكل عنصر من عناصر المجموعة ؟

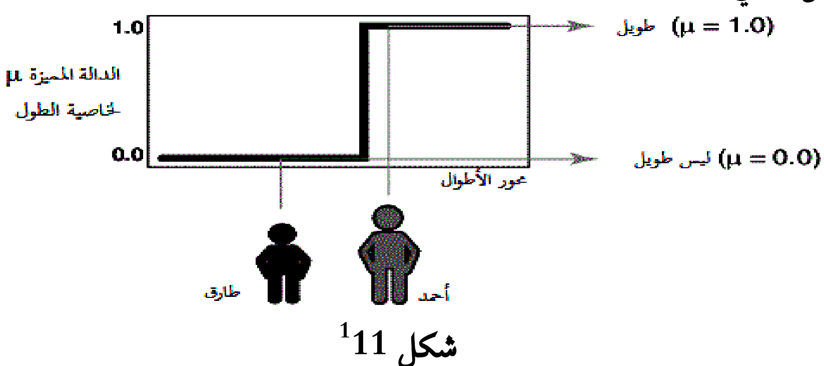
المفردات المعجمية = { خَرَجَ، من، ثم، طاولة، بيت }

سنستعين بالجدول الآتي من أجل ربط كل عنصر في مجموعة المفردات المعجمية بقيمها عبر الدالة المميزة μ.

العنصر	قيمة دالته المميزة	
خَرَجَ	μ (خَرَجَ) = 0	لأن 'خرج' فعل لا ينتمي إلى فئة الأسماء
مِنْ	μ (مِنْ) = 0	'من' حرف جر ولا ينتمي إلى فئة الأسماء
ثم	μ (ثم) = 0	'ثم' حرف جر ولا ينتمي إلى فئة الأسماء
طاولة	μ (طاولة) =1	'طاولة' اسم لذلك دالته المميزة تساوي 1.
بيت	μ (بيت) =1	'بيت' اسم لذلك دالته المميزة تساوي 1.

مثال 20 :

هب أنا نريد تصنيف شخصين حسب طول قامتهما، إذن سنضطر إلى تكوين مجموعتين مجموعة طوال القامة ومجموعة قصار القامة سنمثل ذلك بمنحنى على الشكل الآتي:



شكل 11[1]

1 https://www.calvin.edu/~pribeiro/othrlnks/Fuzzy/pictures/bivalent_tall.gif

في المبيان (شكل 11) توجد رتبتان إذا تجاوزت قيمة دالة العضوية للشخص عتبة $\mu=1$ فهو من الأشخاص طويلي القامة أما إذا نزلت عن هذه القيمة $\mu<1$ فإنه من الأشخاص صغيري القامة. هكذا يكون طارق شخصا قصير القامة بينما أحمد طويل القامة.

2.3. المجموعات المرنة:

في ما مر تحدثنا عن مجموعات لها حدود واضحة وبناء على ذلك قمنا بتصنيف العناصر المنتمية إليها، فمنحنا قيمة 1 للعنصر الذي ينتمي إلى المجموعة وقيمة 0 للعنصر الذي لا ينتمي إليها، لكن هذا التوصيف المنطقي لا يعبر عن معطيات العالم بدقة، حيث إن الواقع أكثر تعقيدا من قيمتين 0 و 1، خذ مثالا بسيطا، أردت تصنيف مجموعة من التفاحات بحسب لونها ضمن مجموعتين حمراء وخضراء، هل المنطق ثنائي القيم الذي تحدثنا عنه سابقا يمكنه أن يصف بدقة انتماء التفاحات إلى المجموعة؟، إذا كانت بعض التفاحات يسهل تصنيفها لكن في مقابل ذلك سيتعذر تصنيف البعض الآخر بسبب كون بعض التفاحات يتوزع لون قشرتها بين لونين أحمر وأخضر...لذلك سنحتاج إلى جهاز منطقي أكثر مرونة يسمح لنا بتوصيف التفاحات ليس بقيمتين صفر[1] وواحد[2] فحسب وإنما بمجال قيمي يتراوح بين صفر وواحد حسب درجة احمرار أو انتماء التفاحة إلى العنصر. لأجل ذلك سنقوم بإضافة قيم جديدة إلى مجال تقييم الدالة المميزة فتصبح على الشكل الآتي:

$$\mu_F : E \longrightarrow [0\ \ 1]$$

$$x \longmapsto \begin{cases} 1 \text{ si } x \in F \\ 0 \text{ si } x \notin F \\ 0 < x < 1 \quad x \underset{\sim}{\in} F \end{cases}$$

$\underset{\sim}{\in}$ يشير إلى انتماء أقل أو متدرج

$\in$ يشير إلى انتماء كلي إلى المجموعة

$\notin$ يرمز إلى عدم الانتماء

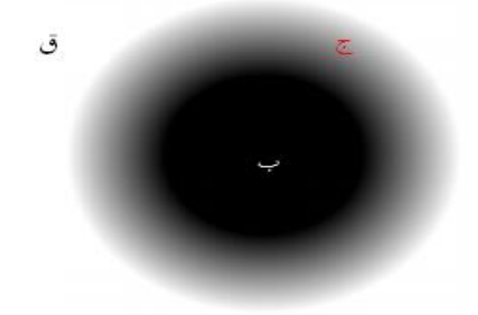
شكل 12

1الصفر في هذه الحالة يرمز إلى غياب اللون الذي على أساسه نصنف التفاحات.

2 واحد يرمز إلى كون التفاحة حمراء أو خضراء كلية .

لاحظ أننا أصبحنا نُقيم العناصر المنتمية إلى المجموعة F بمجال من القيم محصور بين صفر وواحد، ففي حالة انتماء x إلى المجموعة نمنح دالته المميزة 1، بينما إذا خرج عن المجموعة نعطي دالته المميزة 0، أما إذا كان للعنصر x انتماء أقل فإن دالته المميزة ستكون محصورة بين صفر وواحد.

مثال : الدوال المميزة بالنسبة لمتغير س يتواجد في رتب انتمائية مختلفة في المجموعة المرنة (شكل 13)، كل رتبة تقترن بدالة مميزة يبينها الجدول (جدول 15)



شكل 13

الدالة المميزة	
μ (س) = 1	المتغير س يوجد بقلب المجموعة المرنة ومن ثم دالته المميزة تساوي واحد
μ (س) = 0	المتغير س يوجد خارج المجموعة فهو لا ينتمي إلى المجموعة
0< (س) μ<1	المتغير س يوجد في منطقة مضببة لا هي خارج المجموعة ولا هي داخل المجموعة وبالتالي فإن دالته المميزة تساوي عدد يوجد بين صفر وواحد.

جدول 15

حاصل القول هنا أن كل عنصر في المجموعة يتحدد برقم محدد من مجال طرفيه صفر وواحد، وهذا الرقم هو الذي يحدد درجة انتماء العناصر للمجموعة، لذلك نحتاج إلى دالة تعطي كل عنصر في المجموعة **أ** رقما يحدد رتبة عضويته إلى المجموعة **أ**، فإذا افترضنا متغير **س** وافترضنا أن دالته المميزة تساوي 1 فإن المتغير س يمتلك درجة قصوى من العضوية أي له انتماء كلي، أما إذا كانت دالته المميزة تساوي 0 فإنه يُعد

خارج المجموعة، لكن إذا كانت دالته المميزة تساوي رقما داخل المجال [0،1] فإن له عضوية أقل وتزداد عضويته كلما اقترب إلى واحد وتقل عضويته كلما نزلت إلى صفر.

فيما يُستقبل سنسمي الدالة المميزة بدالة العضوية وسنحاول تعريفها على الشكل الآتي:

تعريف 13 : لنأخذ مجموعة X تحتوي على مجموعة من القيم نستجمعها في متغير 'س'، المجموعة المرنة أ في X هي مجموعة الأزواج :

أ = { (س، $\mu_{أ}$(س)) } حيث إن س ∋ أ

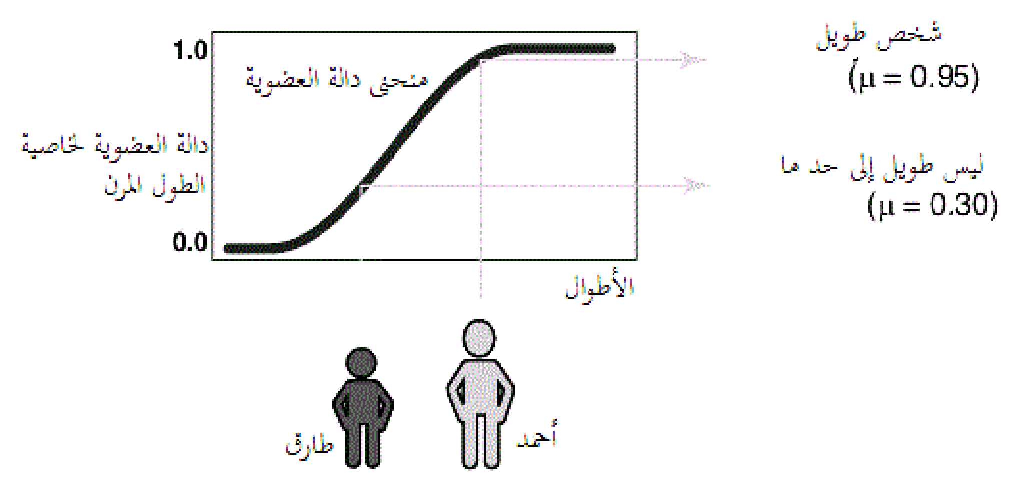
ترمز $\mu_{أ}$(س) **إلى دالة العضوية لكل عنصر س في المجموعة أ.**

يقول هذا التعريف أن كل عنصر س في المجموعة أ ترتبط به دالة عضوية μ تحدد درجة رتبته في المجموعة أ.

مثال 21 (خاصية الطول المرن)

لنعد إلى الـمثال 20 ونعيد قراءتها بشكل أكثر تفصيلا بحيث تعبر الأطوال عن الواقع بصدق، فإذا أخذنا بعين الاعتبار أن خاصية طول الأشخاص نسبية وتختلف من إطار مرجعي لآخر، فإذا كان المغرب يحدد مقاسا معينا للأشخاص طويلي القامة فإن شعب البيغمي له مقاسات أخرى تتماشى مع الطبيعية الفسيلوجية لهذا الشعب الإفريقي، وحتى داخل البلد الواحد لا يمكننا تحديد بدقة طول شخص ما لأنه ببساطة تتواجد أطوال كثيرة كلها تنتمي إلى فئة طويل، من جهة ثانية لا توجد عتبة محددة بين طويل وقصير.

نخلص، إذن، إلى أن الطول مجموعة مرنة حيث داخل وخارج المجموعة غير محدد بشكل واضح وأن العناصر المنتمية إلى خاصية الطول متدرجة.



شكل 14 : منحنى دالة العضوية لخاصية الطول

في المبيان (شكل 14) توجد درجات متعددة لخاصية الطول وما قيمتي واحد وصفر إلا طرفي هذه الخاصية، بإمكاننا عقد مقارنة دقيقة لخاصية الطول بين مجموعة من الأشخاص بالنظر إلى إطار مرجعي.

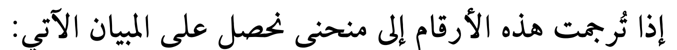
في المثال 20 كان أحمد ضمن مجموعة الأشخاص طوال القامة في حين كان طارق ضمن قصار القامة، لكن في ضوء المثال 21 لم تُخرج دالة العضوية طارق من دائرة طوال القامة لكنها في مقابل ذلك منحته قيمة أقل 0,30.

أورد لايكوف[1] مثالا حيا لخاصية الطولية لدى الأمريكيين والجدول الآتي يلخص هذه النتائج:

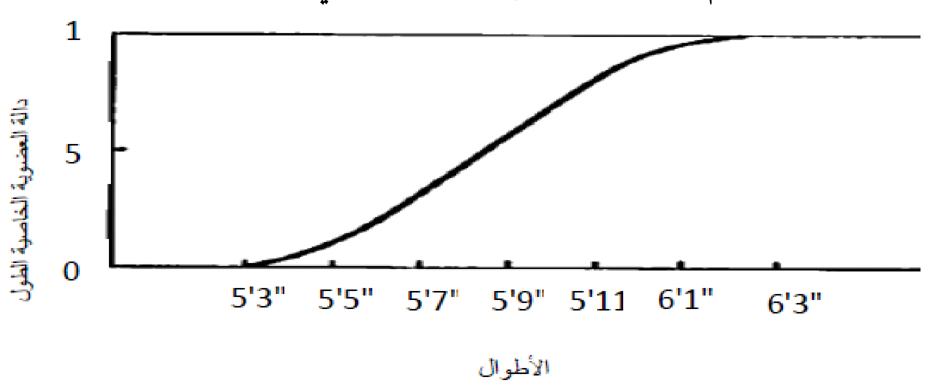
طول القامات	6'3"	6'1"	5'11"	5'9"	5'7"	5'5"	5'3"
دالة العضوية لخاصية الطول	1	0.95	0.8	0.55	0.3	0.1	0

جدول 16 : أطوال الأفراد الأمريكان ودالة الأطوال العضوية

1 انظر لايكوف 1972.



إذا تُرجمت هذه الأرقام إلى منحنى نحصل على المبيان الآتي:



شكل 15 : منحنى دالة العضوية لأطوال الأمريكان

يتبين من الجدول (شكل 15) أنه إذا نـزل طـول الشـخص عـن المقيـاس 5.3 عندها سيخرج من مجموعـة الأشـخاص طـويلي القامـة، أمـا إذا زاد طولـه عـن هـذا المقياس فإنه يبقى طـويلا إلى بلوغـه 6.3 بعـدها سيُحسـب مـن الأشـخاص ضـخام القامة.

1.2.3. العمليات على المجموعات المرنة[1].

- التضمن في المجموعات المرنة:

في ضوء التعريف السابق للمجموعة المرنة يمكن الحديث عـن مجمـوعتين مـرنتين (أ) وَ (ب)، نقـول أن المجموعـة أ متضـمنة في المجموعـة ب (أ ⊃ ب) إذا كانـت دالـة العضوية لعناصر المجموعة (أ) أصغر من دالة العضوية لعناصر (ب) : $\mu_{أ}(س) \leq \mu_{ب}(س)$

- تكافؤ مجموعتين مرنتين:

تتكافأ مجموعتان مرنتان (أ) وَ (ب) إذا كانت دالتاهما المرنتان متساوتين : $\mu_{أ}(س) = \mu_{ب}(س)$

1 انظر : لطفي زاده 1969

- مكمل مجموعة مرنة:

إذا اعتبرنا المجموعة (أ') مكملة للمجموعة المرنة (أ) فإن $\mu_{أ'}$(س) = $1-\mu_{أ}$(س) .

مثال : إذا افترضنا أن المجموعة أ تضم مجموعة الأعداد الحقيقية أكبر من 2 فإن مكمل المجموعة أ' ستضم مجموعة الأعداد أصغر من 2.

أ = { س | س ≫ 1 }

سيكون مكمل المجموعة على الشكل الآتي:

أ' = { س | س ≪ 1 }

- اتحاد مجموعتين :

يُعبر عن اتحاد مجموعتين (أ) وَ (ب) بالصوغ الرمزي الآتي: (أ U ب) أما دالة العضوية لاتحاد مجموعتين فيُعبر عنهما :

$$\mu_{أ U ب} = \mathbf{max}\,(\mu_{أ},\ \mu_{ب})$$

حيث تشير $\mu_{أ U ب}$ إلى دالة العضوية للمجموعة أ U ب، لنفترض في نقطة س :

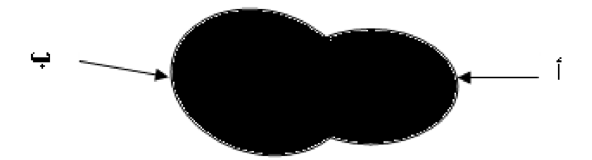
$\mu_{أ}$(س)=0.3

$\mu_{ب}$(س)=0.7

إذن دالة العضوية لاتحاد المجموعتين أ و ب :

$\mu_{أ U ب}$ (س) =max (0.7 , 0.3) = 0.7

يُأول رمز الاتحاد المجموعي U بالرابط المنطقي V على الشكل الآتي:



شكل 16 : اتحاد مجموعتين مرنتين

حيث إن العناصر التي تنتمي إلى إتحاد المجموعتين المرنتين أ و ب هي العناصر المنتمية إما إلى المجموعة أ أو إلى المجموعة ب:

س ∋ (أ U ب) ⟸ (س ∋ أ) V (س ∋ ب)

- **تقاطع مجموعتين:**

$$\mu_{أ \cap ب} = \min(\mu_{أ}, \mu_{ب})$$

حيث تشير $\mu_{أ \cap ب}$ إلى دالة العضوية للمجموعة أ ∩ ب، لنفترض في نقطة س :

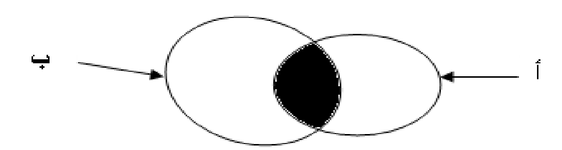
$$\mu_{أ}(س)=0.6$$

$$\mu_{ب}(س)=0.2$$

إذن دالة العضوية لتقاطع المجموعتين أ و ب :

$$\mu_{أ \cap ب}(س)= \min(0.2 , 0.6) = 0.2$$

كما هو الحال في حساب القضايا والحمولات فإن دلالة رمز التقاطع يمكن تأويله بالرابط المنطقي ∧:



شكل 17 : تقاطع مجموعتين

إن العناصر التي تنتمي إلى تقاطع المجموعتين المرنتين أ وَ ب فهي تنتمي إلى المجموعة أ وَ تنتمي كذلك إلى المجموعة ب :

س ∈ (أ ∩ ب) ⟸ (س ∈ أ) ∧ (س ∈ ب)

- **الجذاء الجبري**

يرمز للجذاء الجبري لـــ (أ) وَ (ب) بالرمز (أ ب)، أما دالته العضوي فتكون كالآتي:

$$\mu_{أ ب} = \mu_{ب}\, \mu_{أ}$$

- **المجموع الجبري :**

يرمز للجذاء الجبري لـــ (أ) وَ (ب) بالرمز (أ ⊕ ب)، أما دالته العضوي فتكون كالآتي:

$$\mu_{أ \oplus ب} = \mu_{ب} + \mu_{أ} - \mu_{أ ب}$$

- **العلاقات المرنة:**

العلاقات هي مجموعة من الارتباطات بين عناصر مجموعتين أو أكثر[1]، لنفترض

[1] العلاقات هي ارتباط بين مجموعتين من قبيل كل مواطن يملك رقم بطاقة التعريف الوطنية ، وهكذا (مواطن،رقم البطاقة) زوج رياضي يربط كل فرد برقم.

مجموعتين أ وَ ب حيث إن (س ∋ أ) و (ص ∋ ب)، العلاقة بين عناصر المجموعتين يكونان زوجا مرتبا من العلاقات حيث إن :

س × ص = { س ∋ أ، ص ∋ ب |(س، ص) }

بناء على ذلك يمكن تعريف العلاقة المرنة ع لكل علاقة (س × ص) بدالة العضوية$_ع$ μ

- **تأليف العلاقات المرنة:**

لتفترض علاقتين مرنتين ع$_0$ وَ ع$_1$، تأليف العلاقتين يكون كالآتي: ع$_0$ ∘ع$_1$، العلاقة المرنة لهذا التأليف هي:

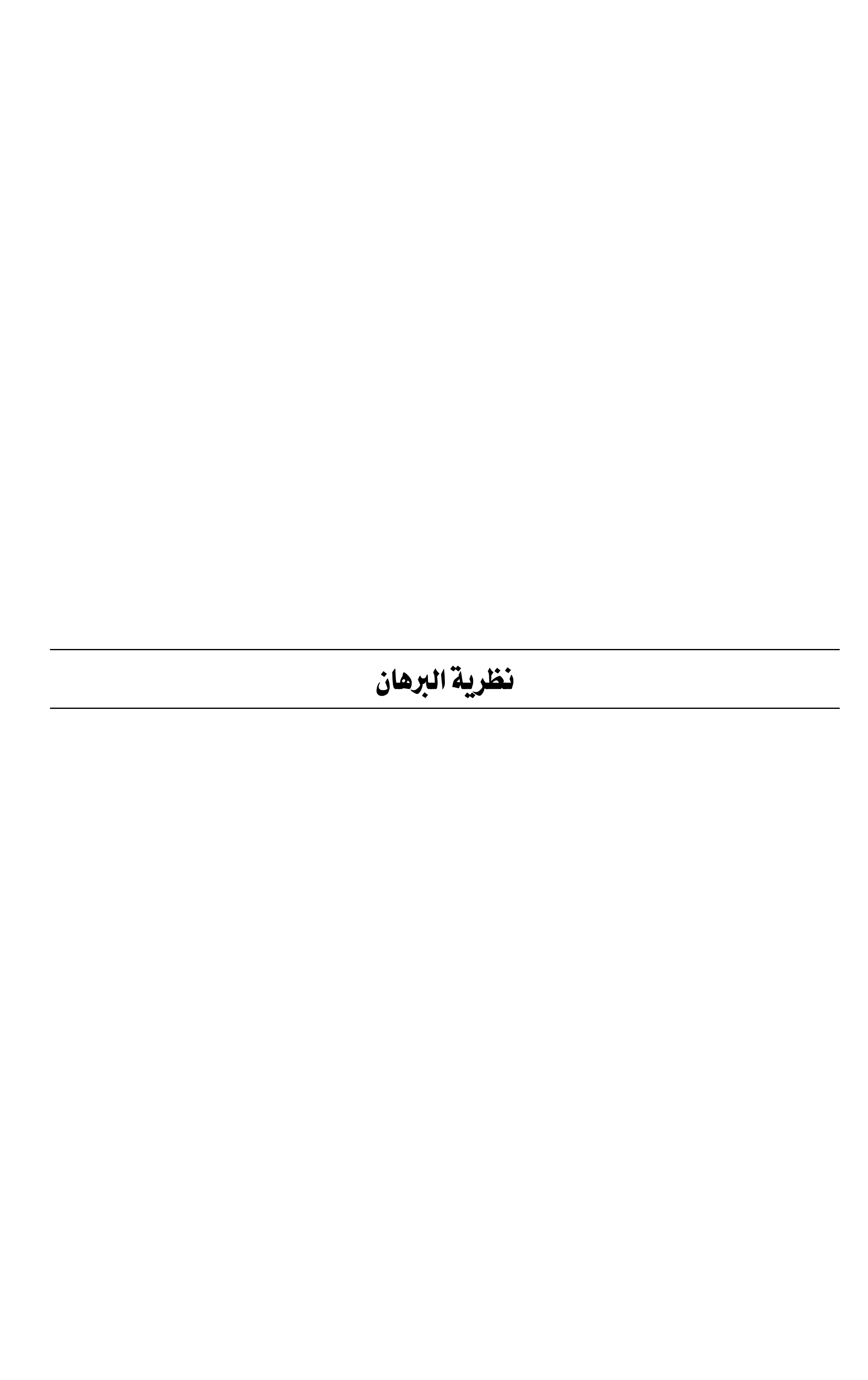
μ $_{ع_0 \circ ع_1}$

2.3.2. الصيغ الصحيحة في المنطق المرن:

أورد 'لايكوف' مجموعة من الصيغ الصحيحة في المنطق التقليدي لكنها غير صحيحة في المنطق المرن والجدول الآتي يلخص هذه المقارنة:

الصيغ الصحيحة في المنطق المرن	الصيغ غير الصحيحة في المنطق المرن
أ⟸أ	أ V ∽ أ
(أ⟸(ب⟸ج)) ⟸((أ⟸ب)⟸(أ⟸ج))	أ⟸(ب⟸أ)
(∽أ⟸∽ب)⟸(∽ب⟸∽أ)	∽أ⟸ (أ⟸ب)
∽∽أ⟺أ	((أ Λ ب) ⟸ج)⟺(أ⟸(ب⟸ج))
(أ Λ ∽أ)⟸أ	(أ⟸(ب Λ∽ب))⟸∽أ
((أ⟸ب) Λ ∽ب) ⟸∽أ	(أ Λ ∽أ)⟸ب
(أ⟸ب) ⟸((ب⟸ج)⟸(أ⟸ج))	ب⟸(أ V ∽أ)
قوانين موركان قانون التجميعية قانون التوزيعية قانون التبادلية	هذه الصيغ تكون صحيحة في جميع النماذج حيث **أ** وَ **ب** وَ **ج** تأخذ القيم إما 0 أو 1

عموما يمكن تحويل المنطق المرن إلى المنطق التقليدي إذا حصرنا مجموعة القيم التي تأخذها القضايا في قيمتين 1 و 0.

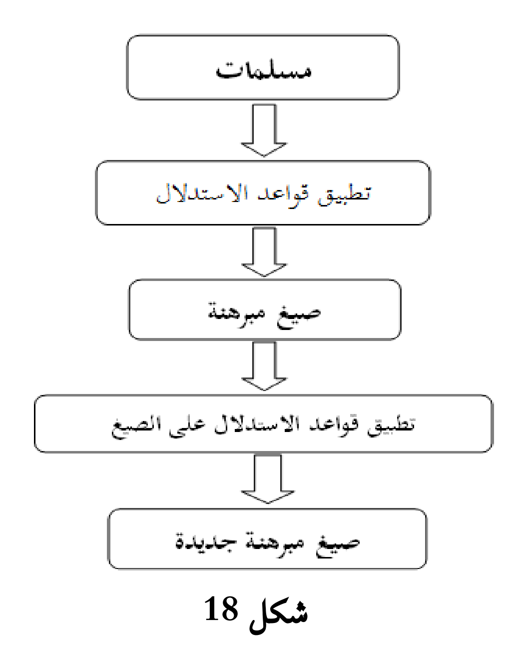


نظرية البرهان

4. نظرية البرهان

اعتمدنا في الفصل الأول **طريقة دلالية** في التحقق من كون حجة ما صحيحة أم لا، وذلك بالاستناد إلى نموذج صدقي معين، فإذا كانت مقدمات الحجة صادقة وكانت نتائج الحجة صادقة أيضا في كل حالة تصدق فيها المقدمات فإن الحجة صحيحة، وقد تحققنا من ذلك باستخدام جداول الصدق الذي يصنف الحجج الصحيحة ضمن القضايا التحصيلية التي تصدق دائما.

هذه ليست الطريقة الوحيدة في معرفة ذلك سنستكشف في هذا الفصل **طريقة تركيبية** تفضي إلى نفس النتيجة باعتماد مفهوم الاشتقاق بواسطة النسق البرهاني، الذي يمكن تعريفه باعتباره آلة استدلالية تقوم بحساب القضايا من أجل اثبات مبرهنات، منطلقة من صيغ خاصة تُسمى بالمسلمات اختيرت بعناية من ضمن القضايا التحصيلية، عبر تطبيق مجموعة من القواعد الاستدلالية، قد تختلف عددا وطبيعة من نسق لآخر.



شكل 18

يمكن تشريح النسق البرهاني إلى ثلاث مكونات:

1. لغة النسق : تختلف الأنساق المنطقية بعضها عن بعض من جهة عدد الروابط المنطقية التي تستعملها فبعض الأنساق تكتفي برابط الاستلزام وأخرى تضم روابط أخرى، فنسق هلبرت الذي اصطلحنا عليه بـH_1 لا يملك إلا رابط الاستلزام بينما نسق هلبرن-أكرمان يتسع لروابط أخرى، لذلك يتعين تحديد لكل نسق لغته التي يستعملها في النسق، وسنشير إلى ذلك بلفظة لغة متبوعة بعدد الراوبط المستعملة مثلا :
   لغة($\Leftarrow$) : يعني أن النسق يستعمل فقط الاستلزام.
   لغة($\sim$، $\vee$) : يعني أن النسق يستعمل النفي والفصل.
2. مسلمات النسق : من ضمن الصيغ سليمة التركيب يختار المنطقي صيغا تحصيلية لينطلق منها البرهان على قضية ما، إذ لابد من منطلقات يبدأ منها البرهان باستثناء الاستنتاج الطبيعي الذي ينطلق من فرضيات، بعض الأنساق لا تسمي منطلقاتها بمسلمات مثل نسق 'جينتزن' في حساب المتواليات.
   تلعب مسلمات النسق دورا هاما في تحديد المجال الدلالي الذي يسعى إلى صورنته النسق فإضافة مسلمة أو إزالتها من شأنه الانتقال من نسق معين يحتكم إلى فلسفة ما إلى نسق آخر مغاير.
3. قواعد الاشتقاق : تسمح بالانتقال من قضايا إلى أخرى وهنا نميز بين نمطين من الأنساق: أنساق تعطي أهمية كبرى للمسلمات على حساب قواعد الاشتقاق مثل أنساق على طريقة 'هلبرت' الذي تعتمد مجموعة من المسلمات وتكتفي بقاعدة اشتقاقية واحدة وهي قاعدة إثبات التالي، وأنساق ترجح كفة قواعد الاشتقاق على حساب المسلمات أو المنطلقات مثل حساب المتواليات لجينتزن الذي اعتمد على مجموعة من القواعد الاشتقاق كل قاعدة تعرف نوعا مخصوصا من الروابط المنطقية بينما اكتفى النسق بمسلمة وحيدة أو بالأحرى صيغة منطلق وحيدة تُختزل في المتوالية الآتية : $\mathfrak{A}\leftarrow\mathfrak{A}$.

تعريف 14 : يتكون النسق البرهاني من ثلاث مكونات ويمكن صياغته على الشكل الآتي:

نسق = { لغة، مسلمات، قواعد اشتقاق }

ما علاقة النسق بالصحة المنطقية؟

يكون النسق صحيحا[1] بالنسبة لمجال دلالي محدد وغير صحيح بالنسبة لمجال آخر، مثلا يمكن للنسق أن يكون صحيحا بالنسبة للمنطق التقليدي لكن غير صحيح في منطق لوكزيويكس L، لأجل ذلك سنتحدث لاحقا عن أنساق برهانية للمنطق التقليدي وأنساق برهانية للمنطق الحدسي[2]، عموما لا يمكننا الحديث عن النسق البرهاني بصفة مطلقة إلا إذا تقيد بمجال دلالي محدد.

مثلا يمكن الحديث عن نسق برهاني S حيث مسلماته صحيحة في مجال دلالي M، لنعتبر مجموعة الصيغ التحصيلية T_M المحددة بالمجال الدلالي M :

$$T_M = \{ A, \ \Vdash_M A \}$$

السؤال الذي يطرح نفسه هل جميع الصيغ التحصيلية التي يحددها المجال الدلالي M يمكن البرهنة عليها في النسق البرهاني S ؟ إذا كان الجواب بالإيجاب فإن النسق حينئذ يُسمى تاما.

في الفصول القادمة سنتحدث عن مكونات النسق وكيف يتم الاستدلال فيه ثم سنخصص بعض الفقرات للحديث عن النسق كوحدة موضوعية في علاقته بالأنساق الأخرى مثلا كيف نتحول من نسق إلى آخر.

سنبدأ من أنساق بسيطة إلى أعقد ونقصد بالبسيطة الأنساق التي تتضمن أقل قدر من المسلمات والقواعد إلى الأغنى.

---

1 Sound

2 انظر في حساب الاستنتاج الطبيعي كيف حدد لورنزن نسقا خاصا لهذا الحساب بالنسبة للمنطق التقليدي والمنطق الحدسي.

1.4.الأنساق المنطقية :

1.1.4.نسق هلبرت H_1

سنبدأ بنسق بسيط من حيث لغته وعدد المسلمات التي يحتويها يسمى بنسق هلبرت H_1، الذي يتكون من عملية الاستلزام (⟸) ويحتوي على مسلمتين (A_2، A_1) و قاعدة اشتقاقية وحيدة وهي قاعدة إثبات التالي التي سنرمز لها بالرمز اللاتيني MP، وهي من أقدم القواعد المعروفة لدى اليونانيين والعرب[1]، ويمكن تعريفه على الشكل الآتي:

نسق هلبرت H_1 = { لغة (⟸)، مسلمات (A_2، A_1)، قواعد اشتقاق (MP) }

مسلمات النسق :

A_1 : أ⟸(ب⟸أ)

A_2 : (أ⟸(ب⟸ج))⟸((أ⟸ب) ⟸(أ⟸ج))

قواعد الاشتقاق :

MP: إذا كان أ⟸ب وَ أ فإن ب

أ ⟵ أ⟸ب

ـــــــــــــــ

ب

1.1.1.4.الاستدلال في نسق هلبرت:

تكمن أهمية الأنساق في الاستدلال، سنعطي مثالا بسيطا لكيف يتم الاستدلال بعد ذلك سنعرف، في ضوء هذا الاستدلال، ما معنى الاستدلال ؟ وما المقصود بعملية اشتقاق صيغة من النسق ؟

لأجل ذلك سنقوم بالبرهنة على القضية (أ⟸أ) في ضوء مسلمات وقواعد H_1 :

B_1	(أ⟸((أ⟸أ))⟸أ))⟸((أ⟸(أ⟸أ))⟸ ((أ⟸أ)) ⟸	انطلقنا من المسلمة الثانية A_2 ، وقمنا بالتعويضات الآتية أ=أ وَ ب=(أ⟸أ) وَ ج=أ
B_2	أ⟸((أ⟸أ) ⟸أ)	أخذنا المسلمة الأولى A_1 فقمنا

1انظر : الغزالي ، المستصفى من علم الأصول ، المكتبة العصرية ، 2012 ، ص71.

	بالتعويضات الآتية : أ=أ وَ ب=(أ⟸أ)
B_3 ((أ⟸أ)⟸(أ⟸أ)) ⟸ (أ⟸أ))	بتطبيق قاعدة MP على B_1 وَ B_2
B_4 أ⟸(أ⟸أ)	أخذنا المسلمة الأولى A_1 فقمنا بالتعويضات الآتية : أ=أ وَ ب= أ
B_5 أ⟸أ	بتطبيق قاعدة MP على B_3 وَ B_4

مرت هذه البرهنة بعدد محدود من المراحل (B_1، B_2،B_3،B_4،B_5)، تلاحظ أنه عند كل مرحلة إما استبدلنا قضية من اختيارنا مكان أخرى في المسلمات (**A_2**، **A_1**)، وإما طبقنا القاعدة الاشتقاقية **MP**.

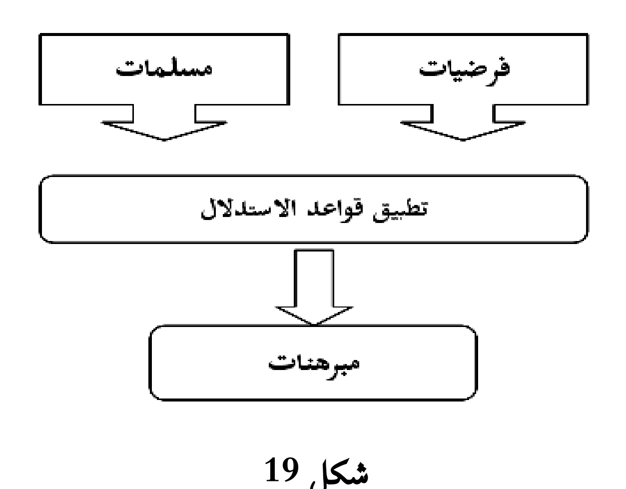
تُسمى المتتالية (B_1، B_2،B_3،B_4،B_5) برهانا صوريا لـــ أ⟸أ، وكما رأيت أن كل صيغة في البرهان هي إما مسلمة من النسق (مثل B_1، B_2، B_2) أو مشتقة من التي قبلها بتطبيق قاعدة اثبات التالي (مثل:B_3، B_5).

ومن ثم نكتب : **⊣ أ⟸أ**

في ضوء هذه المراحل الاستدلالية يمكن تعريف برهان قضية ما على الشكل الآتي:

تعريف 15 :البرهان الصوري هو عبارة عن متتالية من الصيغ $أ_1$، $أ_2$، $أ_3$...$أ_ن$ حيث إن كل صيغة في البرهان هي إما مسلمة في النسق أو مشتقة مما قبلها بتطبيق قاعدة استنتاجية، والصيغة $أ_ن$ تُسمى بمبرهنة النسق ونرمز لها بـــ ⊣ $أ_ن$

لاتبدأ عملية البرهنة دائما من مسلمات النسق فقط كما يشير إلى ذلك الشكل 18، إنما يمكن أن ينطلق البرهان من مجموعة من الفرضيات Γ، حينها نكتب Γ ⊣ أ، وبالتالي سنعدل الشكل 18 ليأخذ بعين الاعتبار الفرضيات :



شكل 19

مثال 21 : برهن على (أ⟸ج) في نسق هلبرت H_1، انطلاقا من مجموع الفرضيات الآتية: Γ = {أ⟸ب، ب⟸ج}

أ$_1$ =	(أ⟸ب)	نأخذ الفرضية الأولى : أ$_1$=(أ⟸ب)
أ$_2$=	(ب⟸ج)	نأخذ الفرضية الثانية : أ$_2$ = (ب⟸ج)
أ$_3$=	(ب⟸ج) ⟸(أ⟸(ب⟸ج))	أخذنا المسلمة الأولى A_1 فقمنا بالتعويضات الآتية : أ=أ$_2$ وَ ب= أ
أ$_4$=	(أ⟸(ب⟸ج)	بتطبيق قاعدة MP على أ$_2$ و أ$_3$
أ$_5$=	(أ⟸(ب⟸ج))⟸((أ⟸ب) ⟸(أ⟸ج))	أخذنا المسلمة الثانية A_2
أ$_6$=	((أ⟸ب) ⟸(أ⟸ج))	بتطبيق قاعدة MP على أ$_4$ و أ$_5$
أ$_7$=	أ⟸ج	بتطبيق قاعدة MP على أ$_1$ و أ$_6$

البرهان الصوري للمبرهنة أ⟸ج في نسق هلبرت H_1 هي المتوالية التي تتكون من الصيغ (أ$_1$،أ$_2$،أ$_3$،أ$_4$،أ$_5$،أ$_6$)، ومن ثم نكتب : أ⟸ب، ب⟸ج $\vdash_{H1}$ أ⟸ج.

مبرهنة 8 (خصائص البرهان)

1. إذا كانت مجموعة الفرضيات التي انطلق منها البرهان لاثبات قضية (أ) مجموعة فارغة Ø فإن هذه القضية تُسمى بمبرهنة وبدل أن نكتب Ø ⊢ أ

يتعين كتابة ⊣ أ، وقد مر بنا برهان الصيغة (أ⟸أ) في نسق هلبرت H_1 حيث لم ينطلق البرهان من أية فرضية.

2. إذا كانت مجموعة الفرضيات Γ متضمنة في مجموعة أخرى من الفرضيات Δ، أو بتعبير رمزي $\Gamma \subset \Delta$، وكان لدينا Γ ⊣ أ،فإن Δ ⊣ أ.
3. إذا كان Δ ⊣ أ، وكان لكل ب من Δ، كان Γ ⊣ ب، فإن Γ ⊣ أ

تقول الخاصية الثانية أن إضافة فرضيات أخرى Δ إلى مجموعة الفرضيات Γ التي اشتققنا منها (أ)، فإن (أ) تبقى مع ذلك مشتقة ومثبتة.

هناك ملاحظة جديرة بالاهتمام وهي بإمكاننا نقل الفرضية (ب⟸ج) من يمين الرمز $\dashv_{H1}$ إلى يساره شريطة أن ندخل عملية الاستلزام (⟸) كما تبين الصياغة الآتية:

أ⟸ب $\dashv_{H1}$ (ب⟸ج) ⟸ (أ⟸ج)

ويمكن أن نواصل عملية 'تفريغ' الفرضيات من يمين الرمز إلى يساره حتى الحصول على الصياغة الآتية:

$\dashv_{H1}$ (أ⟸ب) ⟸ ((ب⟸ج) ⟸ (أ⟸ج))

حينها نقول أن (أ⟸ب) ⟸ ((ب⟸ج) ⟸ (أ⟸ج)) عبارة عن مبرهنة نسق هلبرت H_1

تُنسب هذه المبرهنة إلى 'هيربراند'[1] ويمكن تعميمها على جميع الأنساق:

مبرهنة 9 : أيا كانت (أ) وَ (ب) من مجموعة القضايا قض :

إذا كان أ ⊣ب فإن ⊣ أ⟸ب

تقول هذه المبرهنة أن كل فرضية من مجموع الفرضيات يستلزم النتيجة المتولدة عن هذه الفرضيات، سنستثمر هذه المبرهنة لاحقا.

1 Herbrand

1.2.1.1.4. تأويل الرمز ⊣ والفاصلة في عملية البرهان:

يتبين مما مر أنا أدخلنا بعض الرموز مثل الفاصلة (،) والرمز (⊣) اللذين لا ينتميان إلى لغة النسق لذلك اعتُبرت رموزا فوق لغوية[1]، واعتبارها من النسق يحتم علينا إدخال مسلمات جديدة تضبط استعمالها، لكننا سنتحدث عن هذه الرموز بطريقة غير صورية بتوصيف سلوك هذا الرموز وتبين علاقته بباقي رموز النسق (علاقته بالوصل وبالفصل وبالاستلزام)، ويجدر بنا التذكير أن نسق 'جينتزن' قد أمسك بهذا الرمز صوريا بتبنيه مفهوما جديدا وهو مفهوم المتوالية.

استخدمنا الفاصلة من أجل الفصل بين الفرضيات التي ينطلق منها البرهان في الصيغة الآتية:

أ⟸ب، ب⟸ج ⊣ أ⟸ج

هذه الفاصلة يمكن تأويلها برابط الوصل على الشكل الآتي: (أ⟸ب) ∧ (ب⟸ج) ⊣ أ⟸ج.

كما فصلنا بين الفرضيات يمكن أيضا الفصل بين النتائج لنفترض الصيغة الآتية: أ ⊣ أ، ب. وضعية الفاصلة هنا تختلف عن وضعية الفاصلة قبل الرمز (⊣)، لأن الفاصلة هنا تُأول برابط الفصل (∨) ومن ثم يمكن تحويل الصيغة الفائتة إلى الصيغة الآتية : أ ⊣ أ ∨ ب. وبتطبيق المبرهنة 9 نحصل على الصيغة الآتية: ⊣ أ ⟸ (أ ∨ ب).

مبرهنة 10 : مهما تكن القضايا من قض ؛

- **إذا كان أ، ب ⊣ ج فإن أ ∧ ب ⊣ ج.**
- **وإذا كان أ ⊣ ب، ج فإن أ ⊣ ب ∨ ج**

ملاحظة أخرى جديرة بالاهتمام تتعلق بانتقال القضايا من يمين ⊣ إلى يساره والعكس، وهي أن الصيغة عندما تُنقل من اليمين إلى اليسار فإنها تُنفى ونمثل لذلك بالصيغة الآتية : **أ**، أ⟸ب ⊣ ب. سنقوم بنقل القضية (أ) من مجموع الافتراضات إلى النتائج سنحصل إذن على : أ⟸ب ⊣ ∼**أ**، ب.هناك حالتان :

1. إما إدخال رابط الفصل (∨) عليها للحصول على : أ⟸ب ⊣ ∼أ ∨ ب.

1 Metalanguage

2. وإما نقل القضية (ب) من يسار الرمز ⊣ إلى يمينه أ⟸ب، ∽ب ⊣ ∽أ.ثم نقوم بتطبيق المبرهنة 9 فنحصل على: أ⟸ب ⊣ ∽ب ⟸∽أ، ويمكن مواصلة تطبيق المبرهنة 9 فنحصل على : ⊣ (أ⟸ب)⟸(∽ب ⟸∽أ).

في كلتا الحالتين حصلنا على نتائج صحيحة.

مبرهنة 11 : مهما تكن القضايا أ، ب، ج من قض :

- **إذا كانت أ،ب ⊣ ج فإن : أ ⊣ ∽ ب، ج**
- **إذا كانت أ ⊣ ب، ج فإن : أ، ∽ ب ⊣ ج**

توجد بعض الاستنتاجات تفرض نفسها بقوة البديهة من ذلك أن القضية تُشتق من نفسها بمعنى : أ ⊣ **أ.**

من هذه العبارة يمكن اشتقاق المزيد من العبارات :

1. إما بنقل (أ) من اليمين إلى اليسار فنحصل على: ⊣ ∽أ، أ، هذه العبارة يمكن تأويلها على الشكل الآتي ⊣ ∽أ V أ، فنحصل على قانون الثالث المرفوع، لاحظ معي أن 'لا شيء' قبل الرمز، هذا 'لا شيء' يُسمى مجموعة فارغة. فإذا كانت العبارة ما قبلها مجموعة فارغة نقول أن الصيغة ما بعدها مثبتة أو مبرهنة عليها.
2. إما بنقل (أ) من اليسار إلى يمين الرمز (⊣)، فنحصل على ∽أ، أ ⊣ حسب المبرهنة 11، هذا القانون يسمى بقانون التناقض إذا أولناه حسب المبرهنة 10 على الشكل الآتي: ∽أ Λ أ ⊣.ما بعد الرمز لا يوجد شيء أي 0 مجموعة فارغة وتعني المجموعة الفارغة على يسار الرمز كون هذه الصيغة تفضي إلى التناقض.

سيترتب عن ذلك مجموعة من النتائج ذات أهمية بالغة في حساب القضايا تأمل معي في المثال الآتي:

أ ⊣ هذه العبارة تعني أ ⊣ ⊥، هناك حالتان :

1. إذا طبقنا المبرهنة 9 سنحصل على : ⊣ أ ⟸⊥
2. إذا طبقنا المبرهنة 11 سنحصل على ⊣ ∽أ V ⊥ ⊥

والنتيجتان متوافقتان لأن أ ⟸⊥ هي ∽أ V ⊥ حسب المبرهنة 12.

2.1.4. نسق هلبرت-أكرمان[1] H-A

تتكون لغة نسق هلبرت-أكرمان من الاستلزام والفصل ثم من أربع مسلمات وقاعدتين اشتقاقيتين.

H-A = { لغة (⟸،V)، مسلمات (A_1 ،A_2 , A_3 , A_4)، قواعد اشتقاق (MP)}

المسلمات:

A_1 : أ V أ ⟸أ

A_2 : أ ⟸ أ V ب

A_3: أ V ب ⟸ ب V أ

A_4: (أ⟸ب) ⟸(ج V أ ⟸ج V ب)

من أجل اشتقاق مبرهنات انطلاقا من المسلمات استعمل هلبرت قواعد الاشتقاق الآتية :

1. MP: إذا كان أ⟸ب وَ أ فإن ب

$$\frac{\text{أ} \qquad \text{أ} \Leftarrow \text{ب}}{\text{ب}}$$

2. قاعدة الاستبدال (مبرهنة 4)

تنسب هذه المسلمات إلى 'وايتهيد' و'راسل' كما صرح بذلك 'هلبرت' و'اكرمان' في كتابهما المشترك[2] وقد حذفا مسلمة رأوها غير ضرورية وهي مسلمة تجميعية الفصل وصيغتها:

A_5 : أ V (ب V ج) ⟸ ب V (أ V ج)

1 David Hilbert W. Ackermann , Principles of Mathematical Logic , Edited by : Robert E. Translated by :Luce Hammond , Lewis M. Hammond (Translator), George G. Leckie , F. Steinhardt .

2 David Hilbert W. Ackermann [1950] P.41

هناك سؤال يُطرح بجدة ونحن نتعامل مع الأنساق :هل الروابط المستخدمة في النسق كافية لتوليد مبرهنات تحتوي على رابطي الفصل والوصل؟

يقتضي منا الإجابة عن السؤال التذكير أن بعض الصيغ حيث توجد فيها الروابط المختفية (V، Λ) يمكن ردها إلى صيغ مبرهنة في النسق H-A، فالصيغة (أ⟸ب) هي اختصار للصيغة الفصلية (∽أ V ب)، أما الصيغة الوصلية (أ Λ ب) فتكافئ الصيغة الآتية : ∽ (∽أ V ∽ب)، فيما يتعلق بالاستلزام الثنائي (أ↔ب) فإننا يمكن رده إلى الصيغة الآتية : (أ⟸ب) Λ (ب⟸أ) التي يمكن ردها كذلك إلى الصيغة ∽(∽(∽أ V ب)V ∽(∽ب V أ)).

مبرهنة 12 : مهما تكن القضايا في قض فإن:

1. **أ⟸ب ≡ ∽ أ V ب**
2. **أ V ب ≡ ∽(∽أ Λ ∽ب)**
3. **∽أ ≡ (أ⟸ ⊥)**
4. **أ↔ب ≡ (أ⟸ب) Λ (ب⟸أ)**

لهذا السبب تم الاستغناء عن هذه الروابط بغية الاقتصاد في الرموز وهذا هو الغرض من كل نسق هو استعمال أقل قدر من الأشياء لتوليد جميع الأشياء المنطقية[1].

إذا كان 'هلبرت' و'أكرمان' استخدما في كتابهما نسقا يقتصر على رابطي الاستلزام والفصل فإنه توجد أنساق أخرى تفضل استعمال روابط أخرى مثل الوصل والنفي، مثلا نسق 'فريجه' يقوم على المسلمات الآتية تتضمن الاستلزام والنفي:

F_1 : أ⟸(ب⟸أ)

F_2 : (أ⟸(ب⟸ج))⟸((أ⟸ب) ⟸(أ⟸ج))

F_3: (أ⟸(ب⟸ج))⟸ (ب⟸(أ⟸ج))

F_4: (أ⟸ب) ⟸(~ب⟸~أ)

1 في هذه الحالة نقول ان مجموعة الروابط {⟸،V} كافية في توليد منطق القضايا التقليدي

F_5: ~ ~أ ⟸ أ

F_6: أ ⟸ ~ ~أ

قام لوكازيويكس بتبسيط نسق فريجه رادا إياه إلى المسلمات الآتية:

L_1 : أ⟸(ب⟸أ)

L_2 : (أ⟸(ب⟸ج))⟸((أ⟸ب) ⟸(أ⟸ج))

L_4: (⌒أ⟸⌒ب) ⟸(ب⟸أ)

مبرهنة 13 : (أ⟸ب) ⟸((ج⟸أ)⟸(ج⟸ب))

البرهان :

في المسلمة الرابعة A_4 سنعوض الصيغة ج بنفيها ⌒ج فنحصل على :

(أ⟸ب) ⟸(⌒ج V أ ⟸⌒ج V ب)

إذا علمنا حسب المبرهنة 12 أن (⌒ج V أ) تكافئ (ج⟸أ) فبتعويض المتكافئات سنحصل على :

⊣H-A (أ⟸ب) ⟸((ج⟸أ)⟸(ج⟸ب))

مبرهنة 14 :إذا كان س⟸ح وَ ح⟸ص مبرهنتين فإن س⟸ص مبرهنة.

سنقوم بالتعويضات الآتية في المبرهنة 13: س=ج / ص=ب / ح=أ

إذن لدينا المبرهنات الآتية:

1. ح⟸ص
2. س⟸ح
3. (ح⟸ص) ⟸((س⟸ح)⟸(س⟸ص))

من (1) و(3) وبتطبيق قاعدة اثبات التالي نستنتج :

4. (س⟸ح)⟸(س⟸ص)

من (2) و (4) وبتطبيق قاعدة اثبات التالي نستنتج

ح⟸ص، س⟸ح ⊣H-A س⟸ص

3.1.4. نسق لورنزن

لا تلجأ بعض الأنساق إلى قواعد الاشتقاق كما هو الحال مع نسق هلبرت، إنما تلجأ فقط إلى مسلمات تشرح كيفية الانتقال من فرضيات إلى نتائج تتمخض عنها بالضرورة مستخدمة عبارات من اللغة الطبيعية (إذا كان....فإن)، في هذا الصدد نذكر ما اقترحه لورنزن في كتابه المنطق الصوري[1] في سياق تعريفه لرابطي النفي والوصل '~' و '∧' وهي على التوالي:

L_1 : أ ⟸ أ

L_2 : إذا كان أ ⟸ ب وَ ب⟸ج فإن أ⟸ج

L_3 : (أ ∧ ب) ⟸أ

L_4 : (أ ∧ ب) ⟸ب

L_5 : إذا كان ج⟸أ وَ ج⟸ب فإن ج⟸أ ∧ ب

L_6 : إذا كان أ ∧ ~ب ⟸ ~ج فإن أ ∧ ج ⟸ ب

وحتى نعطي فكرة كيف تتم عملية الاستدلال في هذا النسق سنبرهن عما يلي:

1. إذا كان (أ ∧ أ) ⟸ ب فإن أ⟸ب.
2. ~~أ⟸أ
3. أ⟸~~أ
4. إذا كان أ⟸ب فإن ~ب⟸~أ.
5. (أ ∧ ~أ) ⟸ب

مبرهنة 15 : : إذا كان (أ ∧ أ) ⟸ ب فإن أ⟸ب.

.0	(أ ∧ أ) ⟸ ب	
.1	أ⟸أ	حسب المسلمة L_1
.2	أ⟸أ	حسب المسلمة L_1
.3	أ⟸ أ ∧ أ	تطبيق L_5 على الصيغتين السابقتين 1-2
.4	أ ⟸ ب	تطبيق L_2 على الصيغتين السابقتين 0-3

1 lorenzen , Formal Logic , p : 21

مبرهنة 16 : ~~أ⇐ أ

.1	(~~أ ∧ ~~~~~أ)⇐ ~~أ	حسب المسلمة L_3، باستبدال أ=~~أ و ب=~~~~~أ
.2	(~~أ ∧ ~أ)⇐ ~~~أ	حسب المسلمة L_6
.3	(~~أ ∧ ~~أ)⇐ أ	حسب المسلمة L_6
.4	~~أ⇐ أ	حسب مبرهنة **15**

مادامت هذه المبرهنة تم اشتقاقها من المسلمات فإن نسق لورنزن يندرج ضمن الأنساق غير الحدسية بحيث إن الأنساق الحدسية لا تعترف بهذه المبرهنة.

مبرهنة 17 : أ⇐~~أ

.1	(أ ∧ ~~~أ) ⇐~~~أ	حسب المسلمة L_4
.2	(أ ∧ ~~~أ) ⇐~أ	تطبيق المسلمة L_2 على مبرهنة **16** و الصيغة السابقة 1.
.3	(أ ∧ أ) ⇐~~أ	تطبيق المسلمة L_6 على الصيغة السابقة 2.
.4	أ⇐~~أ	تطبيق **المبرهنة 15** على الصيغة السابقة 3.

مبرهنة 18 : إذا كان أ⇐ب فإن ~ب⇐~أ.

.0	**أ⇐ب**	
.1	(~ب ∧ ~~أ)⇐~~~أ	حسب المسلمة L_4
.2	(~ب ∧ ~~أ)⇐ أ	تطبيق المسلمة L_2 على المبرهنة **16** والصيغة 1.
.3	(~ب ∧ ~~أ)⇐ ب	تطبيق المسلمة L_2 على الصيغة 0 و2
.4	(~ب ∧ ~~أ)⇐ ~~ب	تطبيق المسلمة L_2 على المبرهنة 17 والصيغة 3.
.5	(~ب ∧ ~ب)⇐ ~أ	تطبيق المسلمة L_6 على الصيغة 4.
.6	~ب⇐ ~أ	تطبيق المبرهنة **15** على الصيغة 5.

مبرهنة 19 : (أ ∧ ~أ) ⟸ب

.1	(~أ ∧ ~ب)⟸ ~أ	حسب المسلمة L_3
.2	(~أ ∧ أ)⟸ ب	تطبيق المسلمة L_6 على الصيغة 1

4.1.4. الأنساق الحدسية[1]

ما معنى المنطق الحدسي ؟ وما الفرق بينه وبين المنطق التقليدي؟

يمكن التمييز في المنطق الحدسي بين جانبين : جانب فلسفي مستوحى من أفكار 'بروير' خاصة والنزعة البنائية في الرياضيات عامة، ثم جانب تقني الذي يعتبر تنزيلا تقنيا أو تجسيدا صوريا لأفكار النزعة الحدسية الفلسفية على المنطق والرياضيات وهذا الجانب الأخير اتخذ شكلا صوريا سنتعرض له أثناء دراستنا لنسق هايتين وحساب الاستنتاج الطبيعي لجينتزن وأخيرا مع المنطق الحواري للورنزن.

تطور المنطق الحدسي في أحضان النزعة البنائية للرياضيات[2]، بدأ المشروع الحدسي مع 'بروير' سنة 1908، وتحت إشرافه استطاع تلميذه 'هيتين'[3] سنة 1930 من وضع أول نسق برهاني على غرار نسق هلبرت للمنطق الحدسي.صورنة هايتين لأفكار بروير ليست هي الصورنة الوحيدة وإنما ظهرت الكثير من المحاولات تسير في نفس المنحى ونذكر على سبيل المثال لا الحصر محاولة 'ستيفان كليين' و 'ريتشارد فيسلي' [4] اللذين قاما بصورنة أفكاره بطريقة مختلفة.

مر بنا في المنطق التقليدي أن القضايا تُسند إليها قيمتان صدقيتان بواسطة دالة الصدق فهي إما صادقة أو كاذبة بغض النظر عما إذا كان لدينا دليل مباشر على كلتا الحالتين، وهذا يُسمى بالثالث المرفوع، لكن في المنطق الحدسي الأمر مرفوض لأنه لا

1 للوقوف على فلسفة المنطق الحدسي أحيل القارئ على [1956] A. Heyting في المراجع.

2 يمكن التمييز بين عدة مدارس للبنائية لكن سنقتصر على البنائية التي تستلهم أفكار الرياضيين بروير وهايتين وللمزيد من المعلومات عن النزعة البنائية في الرياضيات أحيل القارئ على كتاب Troelstra, A. and van Dalen, [1988],

3 Heyting

4 Stephen Cole Kleene , R.E. Vesley[1965]

يمكن أن نحكم على القضية بكونها صحيحة حتى يكون بحوزتنا دليل مباشر أو برهان على القضية أنها صحيحة، كما أن القضية الكاذبة تُأول بكوننا لا نملك دليل على وجودها أي أن قبولها يفضي إلى التناقض. ولا ينبغي أن يُفهم الدليل أو البرهان هنا على أساس كونه اشتقاقا صوريا من مقدمات وإنما كونه موضوعا رياضيا مثل العدد الصحيح الطبيعي أو الأعداد الحقيقية. غالبا ما يستعمل الحدسيون مفهوما آخر في تعريف الدليل وهو مفهوم البناء، فدليل أ يعني وجود طريقة رياضية نبني بها (أو إيجاد) أ، ونمثل لذلك بدليل (2+3=5) الذي يقوم على بناء متتالي للأرقام 2،3 و5 متبوعة ببناء إضافة 2 إلى 3 ثم أخيرا بناء مقارنة بين حصيلة الجمع وبين الرقم 5.

عادة ما يلجأ الرياضي إلى البرهنة على وجود شيء رياضي (أ) عن طريق اثبات أن نفيه (~أ) يفضي إلى التناقض هذه الطريقة في الرياضيات تُعرف بالبرهان بالتناقض[1]، هذا الأسلوب الرياضي في الاثبات بالنسبة للحدسيين غير بنائي ومن ثم غير مقبول في تأسيس الكائنات الرياضية.

يمكن تعريف المنطق الحدسي،إذن، بكونه منطقا تقليديا بدون مبدأ الثالث المرفوع (أ V ب) أو قانون النفي المزدوج (⌐⌐أ⟸أ)، لكنه في مقابل ذلك يقر بمبدأ التناقض (أ⟸ب) ⟸((أ⟸⌐ب) ⟸⌐أ)،وبناء على ذلك فإن نسق هلبرت-أكرمان الذي عرضنا مسلماته في المحور السابق يندرج ضمن المنطق التقليدي نظرا إلى احتوائه على مسلمة مرفوضة في المنطق الحدسي وهي المسلمة الخامسة 'A_5 : ~ ~أ ⟸أ'، فضلا عن ذلك توجد بعض التكافؤات بين الصيغ غير مقبولة في المنطق الحدسي من ذلك الصيغة (**أ⟸ب ≡ ⌐ أ V ب**) في المبرهنة 12 حيث من هذه المبرهنة يمكن اشتقاق مبدأ الثالث المرفوع (أ V ~أ)، لأجل هذا السبب فالصيغتان أ⟸ب وَ ⌐ أ V ب غير متكافئتين.

لاحظ 'بروير'[2] أن مبدأ الثالث المرفوع استُخلص من ملاحظة حالات محدودة ثم عُمم، بدون مبرر، على حالات غير محدودة، وسنفهم ذلك إذا تأملنا القضية الآتية:

1 proof by contradiction

2 Brouwer

- 19- يوجد عدد فردي مثالي[1]

إذا أردنا أن نبرهن على هذه القضية يتعين أن نجد عددا فرديا[2] بحيث حساب مجموع قواسمه يعطينا العدد نفسه، إلى غاية كتابة هذه السطور لم يُعثر على هذا العدد الذي يحقق هذه الخاصية. في أدبيات المنطق الكلاسيكي هذه القضية إما أن تكون كاذبة أو صادقة، وبالتالي تصبح العبارة الآتية بمقتضى مبدأ الثالث المرفوع صحيحة :

- 20- إما أن يوجد عدد فردي مثالي أو لايوجد عدد فردي مثالي : (أ V ~أ)

لكن بأي معنى نحكم على العبارة (- 20-) أنها إما كاذبة أو صادقة مادمنا لم نتصفح جميع الأعداد الفردية؟ نحن إذن حسب الحدسيين وقعنا في تعميم ساذج للثالث المرفوع حيث حكمناه في حالات غير نهائية كما لو أننا قمنا بتصفح جميع الأعداد الفردية.

يختلف الأمر مع القضية الآتية:

- 21- يوجد كوكب في المجموعة الشمسية درجة حرارته تفوق 100 درجة

في هذه الحالة نملك القدرة على الحكم بصدقها أو كذبها نظرا إلى كون جميع كواكب المجموع الشمسية معروفة، في مثل هذه الحالات المحدودة يمكن أن نقرر القانون (أ V ~أ)، لكن لا نستطيع تعميم (- 20-) على جميع الحالات اللانهائية، لأجل ذلك لا يقر الحدسيون بمبدأ الثالث المرفوع.

أمثلة لقضايا غير بنائية:

يوجد عددان حقيقيان غير جذريين أ، ب حيث إن $أ^{ب}$ عدد جذري[3].

---

1 العدد المثالي هو العدد الذي يساوي مجموع قواسمه مثل العدد 6 الذي يساوي مجموع قواسمه (6=3+2+1)، إذا كان الرياضيون يعرفون مجموعة من الأعداد الزوجية أي غير الفردية لكنهم لا أحد منهم يعرف بوجود عدد فردي مثالي.

2 العدد الفردي مثل 3، 5، 7...

3 في الرياضيات، عدد كسري أو عدد نسبي أو عدد جذري (بالإنجليزية: Rational number) هو أي عدد يمكن صياغته على شكل نسبة بين عددين صحيحين إلى بعضهما وعادة ما تكتب بالشكل : أ/ ب أو a/b وتدعى كسرا.

البرهان: العدد $\sqrt{2}^{\sqrt{2}}$ إما عدد جذري ومن ثم فإن أ=ب=$\sqrt{2}$، أو غير جـذري وبالتالي فإن أ =$\sqrt{2}^{\sqrt{2}}$ و ب=$\sqrt{2}$.

هذه القضية غير بنائية من جهة كوننا لا يمكننا حساب أ $\sqrt{2}^{\sqrt{2}}$ بدقة

1.4.1.4. تأويل الروابط المنطقية حدسيا[1]

في أدبيات المنطق التقليدي ينبني تأويل القضايا على مفهوم الصـدق والكـذب، مثلا، تصدق القضية الاستلزامية (أ⟸ب) إذا كان وفقط إذا كانت (أ) خاطئة أو (ب) صحيحة، في مقابل ذلك يقدم الحدسيون تـأويلا مغـايرا للـروابط المنطقيـة بنـاء علـى مفهوم 'الدليل'، فالقضية الاسـتلزامية (أ⟸ب) تصـدق إذا كـان هنـاك دليـل د علـى صدقها، ويتعين فهم الدليل د على أسـاس كونـه إجـراء (أو دالـة) يحـول جميـع أدلـة القضية أ إلى أدلة القضية ب.

ويُعرف هذا التعريف للروابط المنطقية بتأويل بروويـر-كولموكـوروف-هينـتين[2] وهو على الشكل الآتي:

هـ1 : دليل القضية الوصلية أ ∧ ب يكون بتقـديم دليـل للقضـية (أ) و دليـل للقضـية (ب)[3].

هـ2 : دليل القضية الفصلية أ ∨ ب يكون إما بتقديم دليل للقضية (أ) أو دليل للقضية (ب)[4].

هـ3 : دليل القضية الاستلزامية (أ⟵ب) هو بناء يسمح لنا بتحويل جميع الأدلة لــ (أ) إلى دليل القضية (ب)[5]

---

1 انظر Troelstra, A. and van Dalen, [1988] ص9.

2 BHK-Interpretation

3 A proof of $A \wedge B$ is given by presenting a proof of A and a proof of B

4 A proof of $A \vee B$ is given by presenting either a proof of A or a proof of B (plus the stipulation that we want to regard the proof presented as evidence for $A \vee B$).

5 A proof of $A \rightarrow B$ is a construction which permits us to transform any proof of A into a proof of B.

هـ$_4$: لا دليل للقضية المتناقضة، والقضية المنفية ¬أ تعني كونها بناء رياضي أو منطقي يحول جميع الأدلة المفترضة لــ(أ) إلى التناقض[1].

هـ$_5$: دليل القضية المكممة كليا (∀س أ(س)) هي بنـاء يحـول كـل عنصـر ينتمـي إلى المجموعة د (حيث إن د تمثل مجموعة تعريف المتغير س) إلى دليل للقضية أ(د)[2].

هـ$_6$:دليل القضية المكممة جزئيا Eس أ(س) يكون بتقديم د ∋ د وإثبات أ(د)[3].

في ضوء هذا التأويل تصبح القضـايا الكلاسـيكية قضـايا حدسـية إذا وفقـط إذا توفرت على دليل.

مثال 22 : هل توجد دائرة مربعة؟

من السهل بناء مجموعة من الدوائر على مستوى أقليدي وكـذلك مـن السـهل بناء مجموعة من المربعات على مستوى أقليدي باستخدام نظام الاحداثيات الديكارتيـة (الأفاصيل والأراتيب) (س،ص).

ونحن بصدد بناء هذه الأشكال نتساءل هل بالإمكان وجود دوائرة مربعة تنتمي إلى تقاطع مجموعة المربعات مع مجموعة الـدوائر أو بعبـارة أخـرى هـل توجـد دائـرة مربعة ؟

تقتضي الإجابة عن هذا السؤال اجراء عمليـة اسـتقراء جميـع الـدوائر وجميـع المربعات الموجودة في الكون لكن هذه العملية ليست متيسرة للانسان لأنها فوق طاقته الإدراكية، لكن ما العمل؟

إذا استخدمنا مبدأ الثالث المرفوع سنحصل على القضية :

- 22- إما أن توجد دائرة مربعة أو لا توجد دائرة مربعة.

---

1 Absurdity ⊥ (contradiction) has no proof; a proof of $\neg A$ is a construction which transforms any hypothetical proof of A into a proof of a contradiction

2 A proof of $\forall x A(x)$ is a construction which transforms a proof of $d \in D$ (D the intended range of the variable x) into a proof of $A(d)$

3 A proof of $\exists x A(x)$ is given by providing $d \in D$, and a proof of $A(d)$.

هذا الاجراء غير عملي ولا يؤسس شيئا يعول عليه.يقترح بروير حلا لهذا الإشكال وهو إذا أثبتنا أن الإقرار بوجود دوائرة مربعة يؤدي إلى التناقض فإن الدوائر المربعة غير موجودة وبلغة رمزية نكتب :

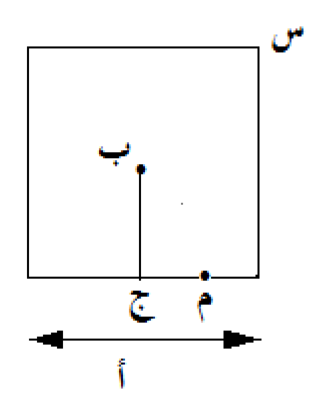
- 23- ~ دائرة مربعة

هذه الصيغة تكافئ (- **24**) :

- 24- دائرة مربعة⟸⊥

فإذا أثبتنا أن الدائرة المربعة تقود إلى التناقض فإن ذلك يعني أن دائرة مربعة غير موجودة حسب تأويل النفي في بروwير-كولموكوروف-هينتين.

لنفترض مربعا (س) ونرمز بالحرف (أ) إلى أحد أضلعه، نعتبر نقطة ج تنتمي إلى تقاطع الضلع (أ) مع مستقيم عمودي على الضلع (أ) ويمر من النقطة (ب)، وأخيرا نفترض نقطة (م) مختلفة عن النقطة (ج).



شكل 20

من هذا الشكل يتبين أن القطعتين [ب ج] و [ب م] غير متساويتين. إذا افترضنا أن الشكل (س) دائرة مركزها ب فإن [ب ج] و [ب م] ستكونان متساويتين لكن هذا الأمر فيه تناقض لأنه حسب الشكل (**شكل 20**) فإن القطعتين غير متساويتين ومن ثم أفضى بنا افتراض أن (س) دائرة إلى التناقض.هكذا أثبتنا أن دائرة مربعة تؤدي إلى التناقض ومن ثم نستنتج (- **23**) و (- **24**) صحيحة.

1.4.1.4. نسق هايتين[1] :

في هذا الإطار تطورت مجموعة من الأنساق سعت إلى صورنة المجال الدلالي الحدسي من هذه الأنساق نسق 'هيتين' الذي يتكون من لغة لاتختلف عن لغة المنطق التقليدي وترتكز على مسلمات وقواعد اشتقاق:

- مسلمات النسق :

H_1 : أ ⟸ (أ ∧ أ)

H_2 : (أ ∧ ب) ⟸ (ب ∧ أ)

H_3 : (أ⟸ب) ⟸ ((أ ∧ ج) ⟸ (ب ∧ ج))

H_4 : ((أ ⟸ ب) ∧ (ب ⟸ ج)) ⟸ (أ ⟸ ج)

H_5 : أ ⟸ (ب ⟸ أ)

H_6 : (أ ∧ (أ ⟸ ب)) ⟸ ب

H_7 : أ ⟸ (أ ∨ ب)

H_8 : (أ ∨ ب) ⟸ (ب ∨ أ)

H_9 : ((أ ⟸ ج) ∧ (ب ⟸ ج)) ⟸ ((أ ∨ ب) ⟸ ج)

H_{10} : ∽أ ⟸ (أ ⟸ ب)

H_{11} : ((أ ⟸ ب) ∧ (أ ⟸ ∽ب)) ⟸ ∽أ

- قواعد الاستنتاج :

قاعدة اثبات التالي.

مبرهنة 20 : الصيغ الآتية تعتبر صحيحة في المنطق الحدسي[2] :

⊢ أ ⟸ ∽∽أ

⊢ ∽أ ⟷ ∽∽∽أ

1 A. Heyting [1956] P.101.

2 A.S. Troelstra, D. van Dalen [1988] P.12

⊣ ∽(أ V ب) ↔ ∽أ Λ ∽ب

⊣ ∽(أ Λ ب) ↔ (أ⇐∽ب) ↔ (ب⇐∽أ)

⊣ ∽∽(أ⇐ب) ↔(∽∽أ⇐∽∽ب) ↔ (أ⇐∽∽ب) ↔∽∽∽(∽أVب)

⊣ ∽(أ⇐ب) ↔∽(∽أVب)

⊣ إذا كان أ⇐ب فإن ∽ب⇐∽أ

بالنسبة للمكممات:

⊣ ∽E س أ(س) ↔ ∀س~أ(س)

⊣ ~ ~∀س أ(س) ↔ ∀س ~ ~أ(س)

⊣ ∽ ∽E س أ(س) ↔ ~∀س~أ(س)

من جهة أخرى الصيغ الآتية وإن كانت صحيحة في المنطق التقليدي فهي غير صحيحة في المنطق الحدسي:

∽∽أ⇐أ

∽∽أ V أ

(أ⇐ب) V (ب⇐أ)

∽(∽أ Λ ∽ب) ⇐ (أ V ب)

∽(∽أ V ∽ب) ⇐ (أ Λ ب)

∀س ~ ~أ(س)⇐∽∽ ∀س أ(س)

∽ ∽E س أ(س) ⇐E∽ ∽ س أ(س)

5.1.4. خصائص عامة للأنساق

1.5.1.4. الانتقال من نسق لآخر:

هل يمكن التحول من نسق ما إلى نسق آخر من قبيل الانتقال من نسق برهاني خاص بالمنطق التقليدي إلى نسق برهاني خاص بالمنطق الحدسي؟

إذا تأملت في نسق هينتين تجده يخلو من مسلمة الثالث المرفوع (أ V ∽أ) ومن شأن إضافة هذه المسلمة إلى مجموعة المسلمات هذا النسق يمكن الحصول على نسق

متوافق مع المنطق التقليدي والعكس صحيح حيث إن إزالة القواعد التي لا يقبلها المنطق الحدسي سينقلنا إلى نسق حدسي.

وبالتالي نستنتج أن الأنساق الحدسية هي حالة جزئية من الأنساق التقليدية، وسيتم توضيح ذلك من خلال مفهومي الاشتقاق البرهاني والاستنتاج الدلالي، والمبرهنات الآتية كفيلة بتوضيح ذلك إذا اعتبرنا الرمز I يرمز إلى الحدسي[1].

مبرهنة 21 : كل صيغة مشتقة حدسيا في نسق برهاني حدسي هي بالضرورة مشتقة تقليديا في نسق برهاني تقليدي :

إذا كان $\vdash_I$ أ فإن $\vdash$ أ

حيث يرمز $\vdash_I$ إلى الاشتقاق البرهاني الحدسي بينما $\vdash$ يرمز إلى الاشتقاق التقليدي، أما العبارة ($\vdash_I$ أ) فتعني أن الصيغة أ مشتقة في النسق الحدسي I .

بموازاة الاشتقاق البرهاني الحدسي يمكن الحديث عن صيغ تحصيلية حدسية باستعمال الرمز $\Vdash$ على الشكل الآتي:

$\Vdash_I$ أ

وتعني العبارة أن أ صيغة تحصيلية في المنطق الحدسي. ومتى علمنا أن المنطق الحدسي هو جزء من المنطق التقليدي فإن الصيغ التحصيلية الحدسية هي جزء من الصيغ التحيلية التقليدية ونصوغ ذلك الصوغ الآتي:

مبرهنة 22 : كل صيغة تحصيلية حدسية هي صيغة تقليدية:

إذا كان $\Vdash_I$ أ فإن $\Vdash$ أ

مبرهنة 23 (كليفينكو[2]): تكون كل صيغة (أ) مبرهنة في المنطق التقليدي إذا وفقط إذا كان نفيها المزدوج ($\neg\neg$أ) مبرهن عليه في المنطق الحدسي[3].

إذا كان $\vdash$ أ فإن $\vdash_I \neg\neg$أ

---

1 Anita Wasilewska [2015]

2 Glivenko's Theorem

3 Dalen, Dirk van , Logic and Structure [2004].P164.

تسمح هذه المبرهنة[1] بالحصول على الصيغ التحصيلية الحدسية من المنطق التقليدي وقد برهن عليها الرياضي الأكراني كليفينكو سنة 1929، من جهة أخرى برهن المنطقي البولوني على مبرهنة تسمح لنا بالانتقال من صيغ تحصيلية حدسية إلى صيغ تحصيلية تقليدية :

مبرهنة 24 (تارسكي[2]): تكون كل صيغة (أ) صيغة تحصيلية تقليدية إذا وفقط إذا كان نفيها المزدوج (~~أ) صيغة حدسية تحصيلية.

إذا كان ⊨ أ فإن ⊨$_I$ ~~أ

وفي نفس الاتجاه توجد مبرهنة لكودل تسمح بالانتقال من المنطق التقليـدي إلى المنطـق الحدسي:

مبرهنة 25 (كـودل[3]) : مهمـا تكـن الصـيغتان أ و ب، تكـون الصـيغة (أ⇐~ب) مبرهنة في المنطق التقليدي إذا وفقط إذا كانت (أ⇐~ب) مبرهنة في المنطق الحدسي.

إذا كان ⊢(أ⇐~ب) فإن ⊨$_I$ (أ⇐~ب)

2.5.1.4.الاتساق في النسق:

يمكن تعريف الاتسـاق بطـريقتين إمـا تركيبيـا (⊢)أو دلاليـا (⊨)، مـن الناحيـة التركيبية يمكن تعريف الاتساق على الشكل الآتي:

تعريف 16 : يكون النسق S متسقا إذا استحال برهان قضية (أ) ونقيضها (~أ) في هذا النسق بحيث لا توجد (أ) تكون هي ونقيضها مشتقة من النسق : ⊢$_S$ أ وَ ⊢$_S$ ~ أ

وتكون مجموعة من القضايا (Γ) غير متسقة إذا كان: $\Gamma \vdash \bot$

معنى ذلك أن النسق غير المتسق يمكن أن تُبرهن فيه جميع القضايا أيا كانـت، ومـن ثـم لـن يعـد للنسـق فائـدة لأنـه يتعـذر التمييـز بـين القضـايا الصـحيحة مـن الكاذبـة،

1 ‘If a certain expression in the logic of propositions is provable in classical logic, it is the falsity of the falsity of this expression that is provable in Brouwerian logic’

2 Tarski

3 Godel

ويعني ذلك أيضا أن القضية المتناقضة تُشتق منها جميع القضايا كما تبين المبرهنة 19 ((أ∧ ∽أ)⟸ب)، فهذه المبرهنة تقول أنه مهما تكن ب فإنها تُشتق من التناقض (أ∧∽أ)

أما من الناحية الدلالية فيمكن تعريف الإتساق من خلال مفهوم الصدق والنموذج:

تعريف 17 : إذا منحت دالةُ الصدق قيمةَ صادق لكل عبارة أ من النظرية Γ، عندها تكون النظرية Γ متسقة[1].

مثال 23 : مجموعة الصيغ الآتية { أ، ~ب، ب⟸ج } متسقة إذا كانت أ صادقة و ب كاذبة.

أما إذا نظرنا إلى النظرية المتسقة من خلال مفهوم النموذج فإننا سنعرف الاتساق على الشكل الآتي:

تعريف 18 تكون النظرية Γ متصفة بخاصية الاتساق إذا كانت Γ تمتلك نموذجا تتحقق فيه جميع الصيغ المكونة لـــ Γ، والعكس صحيح أيضا ؛ إذا امتلكت النظرية Γ نموذجا تتحقق فيها جميع صيغها فإن Γ متسقة.

3.5.1.4.التمامية والصحة والقطعية :

استعملنا رمزين (⊨)، (⊢) لا ينتميان إلى لغة النسق وإنما ينتميان إلى اللغة الفوقية، استخدمنا الرمز الأول (⊨) عندما كنا نتحدث عن دلالة القضايا من حيث كونها صادقة أو غير صادقة في مجال دلالي معين، هكذا قلنا أن (أ ∨ ∽أ) هي صادقة دائما مهما كانت القيم الصدقية لـ (أ)، فخلصنا إلى النتيجة الآتية: ⊨ أ ∨ ∽أ.

لكن عندما انتقلنا إلى حساب المحمولات استعملناه بصدد كلامنا عن نموذج تتحقق فيه الصيغ. أما الرمز الثاني ⊢ فقد استخدمناه في سياق حديثنا عن اشتقاق الصيغ القضوية من النسق، هكذا قمنا على البرهنة على الصيغة (أ⟸أ) باستعمال الأداوت التي يمنحها لنا النسق (مسلمات وقواعد الاشتقاق واللغة) فخلصنا إلى نتيجة وهي كونها مشتقة : ⊢ أ⟸أ.

---

1 Dalen, Dirk van , Logic and Structure [2004].p42.

وقد مر بنا سابقا أن ما من نسق برهاني إلا وهو مقيد بمجال دلالي معين وما بُني إلا من أجل صورنة حقائق بنية معينة، هكذا سنتحدث في محور الاستنتاج الطبيعي وحساب المتواليات وكذلك في المنطق الحواري عن نسق برهاني خاص بالمنطق التقليدي وآخر خاص بالمنطق الحدسي... لأن النسق البرهاني ما هو في حقيقة الأمر إلا تنسيق بطريقة سلمية[1] لمجال دلالي محدد.سنناقش العلاقة بينهما من خلال مفهومين مفهوم التمامية[2] ومفهوم الصحة[3]، وقبل التطرق إلى تحليل نسق هلبرت H_1 في ضوء هذين المفهومين يجدر بنا أولا تعريف مفهومي الصحة والتمامية.

1.3.5.1.4-الصحة:

مبرهنة 26 : (الصحة) يكون النسق صحيحا إذا كانت كل مبرهنة (أ) فيه صيغةً تحصيليةً ونصوغها الصوغ الآتي:

إذا كان ⊢ أ فإن ⊨ أ

يعني ذلك أنه لا يمكن البرهنة على شيء غير صحيح[4].

البرهان :

يمكن التأكد من ذلك إذا برهنا على كون مسلمات النسق صحيحة، وإذا علمنا أن قواعد الاستدلال (قاعدة اثبات التالي) تحافظ على الصحة فإن حصيلة تطبيق قاعدة اثبات التالي تكون صحيحة.

هل نسق هلبرت H_1 صحيح ؟ يمكن التأكد من ذلك، فجميع الصيغ المبرهنة فيه هي صيغ تحصيلية بالمعنى الذي تحدثنا عنه في الفصل الأول حيث افترضنا دالة صدق تربط بين القضايا وبين مجال دلالي معين يقوم على ثنائية الصدق والكذب، لكن هل هو صحيح بالنسبة لمجال دلالي مثل المجال الدلالي لـ 'لوكاشيفيتش'[5].

---

1 axiomatically

2 Completeness

3 Soundness

4 تجدر الإشارة ان مسألة الصحة هي مسألة نسبية مرتبطة بمجال دلالي معين ومن ثم فالصحة تبرهن داخل نسق أعد لمجال دلالي معين.

5 Łukasiewicz

2.3.5.1.4-التمامية الدلالية:

مبرهنة 27 : (التمامية) يكون النسق تاما إذا كانت جميع الصيغ التحصيلية (أ) مبرهنة في النسق :

تكون ⊨ أ إذا وفقط إذا كان ⊢ أ

يعني التعريف أنه يمكنك البرهنة على أي شيء صادق.

تخبرنا مبرهنة التمامية أن عملية توليد المبرهنات من الأنساق عن طريق الاشتقاق يمكن تعويضها بطريقة التحقق من تحصيليتها (أي أنها تحصيلية). هذا الطريقة تسهل علينا البحث عن المبرهنات بشكل ملحوظ.

هل نسق هلبرت H_1 تام ؟ الجواب لا، لأنه لا يمكن البرهنة على جميع الصيغ التحصيلية فيه، فبعض الصيغ تحتوي على روابط غير موجودة في مسلماته مثل رابط ∧، ∨. ومن ثم يتعذر البرهنة على قضية من قبيل (أ∧ب)⟸ (ب∨ ج) مادم لا توجد مسلمات في النسق H_1 تعرف بالروابط ∧، ∨.

2.3.5.1.4-التمامية التركيبية:

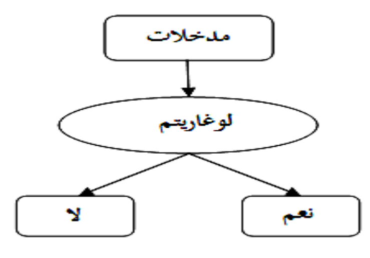
هناك مصطلح آخر للتمامية وهو التمامية التركيبية فما المقصود بكون النسق تام تركيبيا؟

نتحدث عن التمامية التركيبية للنسق عندما تكون كل عبارة ϕ في النسق إما أن تكون مبرهن عليها في النسق أو غير مبرهن عليها ⊢~ϕ أوَ ⊢ ϕ.

4.5.1.4-القابلية للبت[1] :

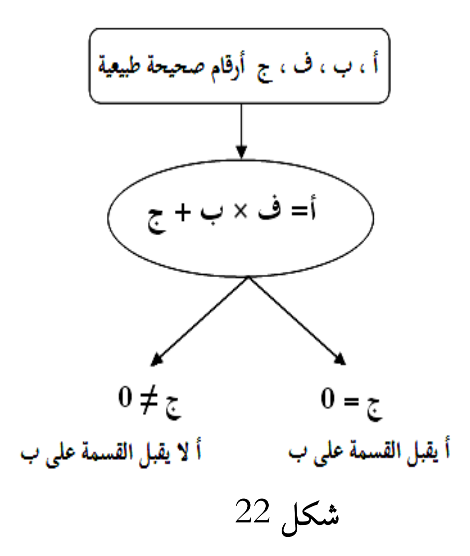
هناك مصطلح آخر له ارتباط بتمامية وعدم تمامية النسق وهو مفهوم القابلية للبت نسمي نسقا ما قابلا للبت إذا وُجدت طريقة ميكانيكية (أو لوغريتم) يسمح لنا بالبت فيما إذا كانت جميع العبارات مبرهنة أم لا ؟ (شكل 21) هذا المشكل يسمى بمشكل القابلية للبت..

1 ظهر مشكل القابلية للبت مع شرودر 1895 ولوفنهيم 1915 وهلبرت 1918



شكل 21 : القابلية للبت

مثال 24 : لنأخذ رقمين أ وَ ب، هل الرقم أ يقبل القسمة على ب ؟ هذا المشكل هو قابل للبت بحيث توجد طريقة اجرائية تتمثل في عملية القسمة التي تسمح لنا بحساب أ\ ب، إذا كان باقي القسمة يساوي 0 فإن أ يقبل القسمة على ب، أما إذا كان باقي القسمة يخالف 0 فإن أ لا يقبل القسمة على ب (شكل 22). ومن ثم نستنتج أن هذا المشكل محلول.



شكل 22

مثال 25 : هل العبارة (أ ∧ب) ∨ ج سليمة التركيب أم لا ؟

إذا عدنا إلى التعريف 1 سيتبين انه بتطبيق القاعدتين 1 و2 على القضايا أ ب، ج سيفضي هذا التطبيق إلى تكوين العبارة (أ ∧ب) ∨ ج، ومن ثم نخلص انها عبارة سليمة.

مثال 26 : هل العبارة ϕ مبرهنة في حساب القضايا.

هذا المشكل هو قابل للبت حيث إن الاستعانة بجدول الصدق يتبين أنه إذا كانت دالة الصدق تساوي قيمة 1 مهما كانت قيم الصدق التي نعطيها للقضايا الفرعية لــ ϕ، حينها تكون ϕ مبرهنة في حساب القضايا.

من الأهمية بمكان الإشارة إلى أنه ليس في حوزتنا إلا القليل من الأنساق القابلة للبت مثل الهندسة ومنطق القضايا، لكن ما أن نتوجه إلى علم الحساب فإن طموحنا سيخيب، فقد برهن كودل أن هذه الانساق غير تامة بمعنى أنه لا توجد في حوزتنا طريقة ميكانيكية لمعرفة هل عبارة أو نقيضها مبرهن عليها أم لا..



الاستنتاج الطبيعي وحساب المتواليات

6.1.4.الاستنتاج الطبيعي[1]

عملية البرهان في الأنساق السالفة الذكر هي عملية شاقة لأن المبرهن يجد صعوبة كبيرة في اختيار المسلمة التي يتعين أن يبدأ منها البرهان وكيف يستمر للوصول إلى النتيجة المرغوبة وما هي قواعد الاشتقاق التي يجب تطبيقها على الصيغ، فهذه الطريقة غير عملية وبعض الرياضيين يشككون في كون الممارسة الفعلية للرياضيات تُبنى على المسلمات كما لاحظ ذلك 'بروير' الذي يتزعم التيار الحدسي في الرياضيات[2]، لأجل ذلك وصف 'جيرهارد جينتزن'[3] طريقة 'هلبرت' و'فريجه' بكونها طريقة أبعد ما تكون عن التفكير الرياضي [4] ومن أجل صورنة طرق استدلالات الرياضيين وضع أسس لما يُسمى بالاستنتاج الطبيعي الذي ينطلق من افتراضات مستخلصا منها نتائج، باتباع مجموعة من الصور الاستدلالية، كل صورة استدلالية إما تدخل رابطا منطقيا أو تخرجه، خلافا لنسق هلبرت الذي ينطلق من مسلمات مختارة بعناية ثم يستنتج منها مبرهنات عن طريق تطبيق قاعدتين تتمثلان في اثبات التالي وقاعدة استبدال الصيغ.

يحاول الاستنتاج الطبيعي الإجابة عن سؤال إشكالي وهو كيف تتم عملية الاستدلال في الممارسة الفعلية للرياضيات بشكل طبيعي ؟ إن الهدف الرئيس للاستنتاج الطبيعي هو توصيف هذه العملية بشكل مضبوط دون الاعتماد على نموذج مصطنع لا يعبر بشكل طبيعي عن القوة الاستدلالية للرياضي.

---

1 عادة ما يُنسب الاستنتاج الطبيعي للعالم الألماني جيرهارد جينتزن ، والواقع أن كل من 'ياسكوسكي jaskowski' و'جينتزن' قد نشرا دون أن يعرف أحدهما بالآخر قواعد الاستنتاج الطبيعي وذلك في سنة 1934.

2 راجع أفكار التيار الحدسي في الرياضيات والمنطق في : A.S. Troelstra, D. van Dalen [1988] الصفحة 21.

3 Gerhard Gentzen

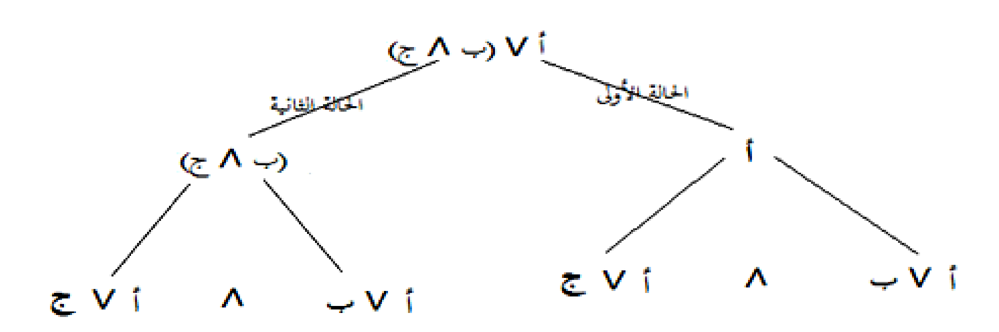
4 « My starting point was this: The formalization of logical deduction, especially as it has been developed by Frege, Russell, and Hilbert, is rather far removed from the forms of deduction used in practice in mathematical proofs. In contrast, I intended first to set up a formal system which comes as close as possible to actual reasoning"

ولكي يعطي جينتزن صورة توضيحية لكيفية عمل الاستدلال في الواقع الرياضي أعطى مثالا استدلاليا حيا للقضية الآتية : (أ V (ب ∧ ج))⟸((أ V ب) ∧ (أ V ج)) ؟ فمن أجل البرهان عليها سلك الطريقة الآتية:

تفترض القضية (أ V (ب ∧ ج) شيئين : إما (أ) صحيحة **أو** (ب ∧ ج) صحيحة، إذن لدينا حالتان:

1. إذا صحت (أ) في الحالة الأولى ستصح معها القضية (أ V ب) **وَ** كذلك ستصح (أ V ج) ؛ وبالتالي ستصح (أ V ب) ∧ (أ V ج).
2. أما إذا صحت (ب ∧ ج) في الحالة الثانية، فهذا يعني أن (ب) وَ (ج) صحيحتان، وإذا صحت (ب) ستصح معها أيضا (أ V ب)، بينما إذا صحت (ج) فإن (أ V ج) صحيحة، وأخيرا نخلص إلى كون (أ V ب) ∧ (أ V ج) صحيحة.

وهكذا اشتققنا القضية (أ V ب) ∧ (أ V ج) من القضية (أ V (ب ∧ ج) عبر مسارين مختلفين (1) و(2).



شكل 23

لكن ما هي القواعد التي اعتمدت في هذا البرهان؟

لاحظ جيدا أن منطلقات البرهان لم تكن مسلمات كما هو الشأن مع نسق 'هلبرت' إنما كانت افتراضات، وقد تمت عملية الانتقال من الفرضيات إلى ما يترتب عنها من نتائج بفضل مجموعة من القواعد الضمنية، انظر مثلا كيف انتقلنا في الحالة

الأولى من (أ) إلى (أ ∨ ب) فدخل رابط الفصل (∨) الذي لم يكن موجودا من قبل على القضية...

في ضوء هذا المثال البسيط يبين 'جينتزن' أن قواعد الاستنتاج الطبيعي لا تخرج عن نمطين أساسيين ؛ قواعد إدخال الرابط (سنرمز لها : إد-) ثم قواعد إخراج الرابط (سنرمز لها :إخ-)، بهذه الطريقة الفريدة عرف جينتزن جميع الروابط المنطقية والجدول الآتي يعرض هذه القواعد بصورة مجملة على أساس أن نفصلها لاحقا:

إخراج الفصل	إدخال الفصل	إدخال الوصل	إخراج الوصل
إخ-∨: أ ∨ ب ، [أ] ... س ، [ب] ... س / س	إد-∨: أ / أ ∨ ب ؛ ب / ب ∨ أ	إد-∧: أ ، ب / أ ∧ ب	إخ-∧: أ ∧ ب / أ ؛ أ ∧ ب / ب
إخراج السور الكلي	إدخال السور الكلي	إدخال الاستلزام	إخراج الاستلزام
إخ-∀: ∀س أ(س) / أ (ت)	إد-∀: أ(ت) / ∀س أ(س)	إد-⇐: [أ] ... ب / أ ⇐ ب	إخ-⇐: أ ، أ⇐ب / ب
إخراج السور الجزئي	إدخال السور الجزئي	إدخال النفي	إخراج النفي
إخ-∃: ∃س أ (س) ، [أ(ت)] ... ك / ك	إد-∃: أ(ت) / ∃س أ (س)	إد-∼: [أ] ... ⊥ / ∼أ	إخ-∼: أ ، ∼أ / ⊥

جدول 17

كيف نقرأ القاعدة؟

هناك جزءان في القاعدة جزء علوي فوق الخط يتكون من الصيغة التي ستنطبق عليها القاعدة ثم جزء سفلي تحت الخط يمثل النتيجة النهائية لتطبيق القاعدة الاستدلالية، فمثلا قاعدة إخراج الوصل انطبقت على الصيغة (أ ∧ ب) فتولدت عن ذلك صيغة (أ) التي توجد تحت الخط، فالخط الأفقي يفصل بين المقدمات والنتائج.

1.6.1.4. الحساب الحدسي في الاستنتاج الطبيعي.

تبقى ملاحظة جديرة بالاهتمام وهو أن 'جينتزن' قد وضع هذا النسق الطبيعي لنوعين من الحساب ؛ حساب يُعرف بالحدسي[1] وآخر للحساب التقليدي[2] ؛ فالقواعد التي تم عرضها في الجدول 17 خاصة بالحساب الحدسي لكن عندما نريد المرور إلى الحساب التقليدي يتعين إدخال مسلمة جديدة وهي مسلمة مبدأ الثالث المرفوع وصيغتها كالآتي: (أ ٧ ~أ). وانسجاما مع أسلوب إدخال وإخراج قواعد الاستنتاج الطبيعي نضع قاعدة إخراج جديدة للرمز ~ تأخذ الشكل الآتي:

$$\frac{\sim\sim أ}{أ}$$

2.6.1.4.قواعد الاستنتاج الطبيعي:

- **إدخال الاستلزام:**

إد-⟸ : إذا قمنا باشتقاق (ب) من افتراض القضية (أ)، سنحصل (هذه المرة بدون فرضية) على الصيغة الآتية (إذا كان أ فإن ب).سنعطي مثالا : سيتم اشتقاق (أ ٨ ب) ⟸ أ على الشكل الآتي:

$$\cfrac{\cfrac{[أ \wedge ب]}{أ}\;إخ-\wedge}{(أ \wedge ب) \Longleftarrow أ}\;إد-\Leftarrow$$

في البداية افترضنا القضية [أ ٨ ب] ، بناء على هذا الافتراض استنتجنا القضية (أ) حسب قاعدة إخراج الرابط (إخ-٨) التي سمحت لنا بالانتقال من (أ ٨ ب) إلى أ، ثم بعد ذلك استخلصنا الصيغة الآتية (أ ٨ ب) ⟸ أ بدون افتراض، بمعنى أن الافتراض السابق أصبح في حكم الملغى لذلك جعلنا الفرضية بين معقوفتين [].

---

1 يُرمز إليه اختصارا بـــNJ

2 يُرمز إليه اختصارا بالرمز NK

مثال27 : سيتم البرهان على (أ∧ب) ⇐(ب ∧ أ):

[أ ∧ ب]^1 ——— إخ-∧ ——— ب   [أ ∧ ب]^1 ——— إخ-∧ ——— أ

——— إد-∧ ——— ب ∧ أ

——— إد-⇐ ——— أ ∧ ب ⇐ ب ∧ أ   1

- **إخراج الاستلزام:**

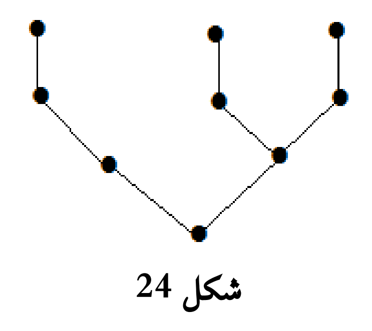
إخ-⇐ : عندما أدخلنا الاستلزام افترضنا (أ)، ثم بيننا على هذا الافتراض القضية (ب) وأخيرا استخلصنا الصيغة أ⇐ب،حيث إن (ب) لم تعد مرتبطة بالافتراض (أ)، إذا أردنا إخراج الاستلزام فإننا سنقوم بعملية عكسية سنثبت صحة الافتراض ثم نخرج الاستلزام الذي لم يعد له فائدة بعد أن أثبتنا المقدم : بمعنى إذا كان لدينا (أ) وَ (أ⇐ب) فسنحصل على (ب)، سنوضح هذا الأمر بإدماج الشجرتين البرهانيتين أعلاه :

[أ ∧ ب]^1 ——— إخ-∧ ——— أ   [أ ∧ ب]^1 ——— إخ-∧ ——— ب   [أ ∧ ب] ——— إخ-∧ ——— أ

——— أ ∧ ب   ——— إد-⇐ ——— (أ ∧ ب) ⇐ أ

——— إخ-⇐ ——— أ

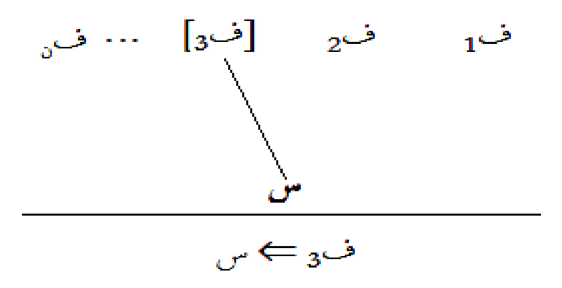
عندما تتأمل في صورة هذا الاستدلال تجد أنه عبارة عن شجرة أوراقها تمثل الفرضيات وجذرها هو النتيجة المستخلصة، ويمكن الاستعانة بالأخطوط الممثل في الشكل 24 لتقريب مسار الاستدلال أعلاه.



شكل 24

تفريغ الفرضيات:

في هذا الاشتقاق توجد نوعان من الفرضيات فرضيات نشيطة وأخرى غير نشيطة أو مفرغة ؛ الفرضيات غير النشيطة جعلناها بين معقوفتين [أ ∧ ب] ويمكن تفسير ذلك بكون مجموعة الفرضيات التي توجد على يمين الرمز (⊢) قد تم إفراغها من الفرضيات غير النشيطة ونقلها إلى مجموعة النتائج على يسار الرمز (⊣)، ومن ثم لم تعد نشيطة في الاستدلال بمعنى أن النتائج لم تعد تتعلق بها، فلو افترضنا الاستدلال الآتي : ف$_1$، ف$_2$،[ف$_3$] ...ف$_ن$،س الذي أفضى إلى اشتقاق س، فنتيجة الاستدلال (ف$_3$⇐س) لم تعد تتعلق بالفرضية المفرغة [ف$_3$]



- **إدخال الوصل**

إد-∧ : يتم إدخال الوصل إذا أثبتنا قضيتين (أ) و(ب) في مسارين اشتقاقيين عندها يمكن وصل القضيتين :

$$\frac{\begin{matrix}\vdots & \vdots \\ أ & ب\end{matrix}}{أ \wedge ب}\ \text{إد-}\wedge$$

حيث تمثل النقط العمودية (...) مسار اشتقاق القضايا.

مثال:

$$\dfrac{\dfrac{أ \wedge ب}{ب} \qquad \dfrac{أ \wedge ب \quad (أ \wedge ب) \Rightarrow أ}{أ}\ \text{إخ}-\Rightarrow}{ب \wedge أ}\ \text{إد}-\wedge$$

اشتققنا القضية (أ ∧ ب) من مسارين؛ اشتُقت القضية الأولى عن طريق التخلص من الاستلزام حسب القاعدة (إخ-⟸)، أما الثانية فاشتُقت من عملية التخلص من الوصل(إخ-∧)، ثم بعد ذلك جمعتا القضيتان عن طريق إدخال رابط الوصل(إد-∧)

- **إخراج الوصل:**

إخ-∧ : يتم التخلص من رابط الوصل باشتقاق القضية من قضية وصلية، هذا التخلص يتم بطريقتين إما الاحتفاظ بالقضية التي توجد على يمين الرابط أو القضية على يسار الرابط:

$$\dfrac{أ \wedge ب}{أ}\ \text{إخ}-\wedge \qquad \dfrac{أ \wedge ب}{ب}\ \text{إخ}-\wedge$$

- **إدخال الفصل:**

إد-V: هذه العملية مسموحة مهما كانت (أ) صحيحة فإن (أ V ب) صحيحة كذلك، وتتم بإدخال رابط الفصل على القضيتين:

$$\dfrac{أ}{أ \vee ب}\ \text{إد}-\vee$$

مثال:برهن على (أ ∧ ب) ⟸ (أ V ب).

تقتضي هذه العملية إدخال رابط الفصل في مسارها الاشتقاقي على الشكل الآتي:

[أ ∧ ب]¹
——————— إخ-∧
أ
——————— إد-∨:
أ ∨ ب
——————————— إد-⇒
(أ ∧ ب) ⇐ (أ ∨ ب)

من أجل البرهنة على هذه الصيغة أنجزنا ثلاث عمليات: في البداية افترضنا قضية وصلية (أ ∧ ب) فتخلصنا من رابط الوصل (إخ-∧)، ثم أدخلنا رابط الفصل (إد-∨)، وأخيرا أدخلنا الاستلزام (إد-⇐).

يمكن أيضا إدخال رابط الفصل من جديد على النتيجة لنحصل على : ((أ ∧ ب) ⇐ (أ ∨ ب)) ∨ ج

[أ ∧ ب]¹
——————— إخ-∧
أ
——————— إد-∨:
أ ∨ ب
——————————— إد-⇐
(أ ∧ ب) ⇐ (أ ∨ ب)
——————————— إد-∨
((أ ∧ ب) ⇐ (أ ∨ ب)) ∨ ج

- إخراج الفصل (إخ-∨): يتم إخراج الرابط (∨) إذا كانت لدينا القضية الفصلية (أ ∨ ب) وقمنا باشتقاق (س) بشكل منفصل مرة من (أ)، مرة أخرى من (ب) وبالتالي يمكن اشتقاق (س) والتخلص من رابط الفصل.

[أ]　　[ب]

س　　س　　أ ∨ ب
———————————
س

- **إدخال النفي :**

يعرف هذا الإدخال بتسمية أخرى وهي البرهان بالخلف reductio ad absurdum: إذا قمنا باشتقاق التناقض من فرضية (أ)، فإننا بذلك سنحصل على اشتقاق ~أ وقد قمنا في المثال 22 بالبرهنة بالتناقض على كون الدائرة المربعة غير موجودة.

$$\frac{\begin{array}{c}[\text{أ}]\\ \vdots \\ \bot\end{array}}{\sim\text{أ}}$$

- **إخراج النفي:**

صورته على الشكل الآتي:

$$\frac{\bot}{\text{أ}}\quad(\bot)$$

من صورته المنطقية نستنتج أنه من التناقض يمكن اشتقاق أية عبارة.

أمثلة وتطبيقات:

مثال 28: برهن على : أ⇐(أ⇐⊥)⇐⊥

[أ]¹   [أ⇐⊥]²
――――――――――― إخ-⇐
⊥
――――――――――― إد⇐2
(أ⇐⊥)⇐⊥
――――――――――― إد⇐1
أ⇐(أ⇐⊥)⇐⊥

الأرقام المتواجدة في الرمز (إد-⇐$_2$) والرمز (إد-⇐$_1$) تشير إلى الفرضية التي قمنا بتفريغها ففي (إد-⇐$_1$) قمنا بتفريغ الافتراض (أ)، بينما أفرغنا في العملية (إد-⇐$_2$) الافتراض (أ⇐⊥).

والتفريغ كما سبق بيانه هو فك الارتباط بين النتائج والافتراضات التي انطلقنا منها، ففي المثال أعلاه عندما أدخلنا الاستلزام (إد-⇐$_2$) قمنا بتفريغ الافتراض الذي رقمناه بـ2ـ، فهذه الفرضية لم تعد نشيطة. وكذلك بالنسبة للافتراض الأول حيث قمنا بتفريغه وإلغائه بواسطة إداخال الاستلزام (إد-⇐$_1$).

مثال 29 : برهن على (أ⇐(ب⇐ج))⇐(أ ∧ ب ⇐ ج)

[أ ∧ ب]¹ ――― إخ-∧ أ   [أ⇐(ب⇐ج)]²
――――――――――――― إخ-⇐
ب⇐ج   [أ ∧ ب]¹ ――― إخ-∧ ب
――――――――――――――――
ج
――――――――――― إد⇐1
أ ∧ ب ⇐ ج
――――――――――― إد⇐2
(أ⇐(ب⇐ج))⇐(أ ∧ ب ⇐ ج)

مثال 30 : برهن على أ⇐~~أ

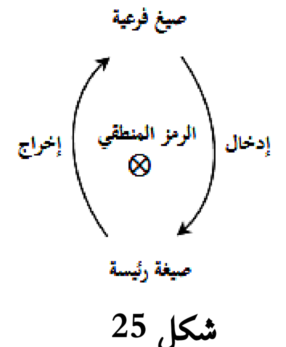
[~أ]¹   [أ]²
―――――――――
⊥
―――――――――
~~أ
―――――――――
أ⇐~~أ

3.6.1.4.خصائص الاستنتاج الطبيعي:

قواعد الإدخال: تسمح قواعد الإدخال في الاستنتاج الطبيعي بتوليد صيغة (أ) مع رمز رئيس (⊗) من صيغتين فرعيتين للصيغة (أ).

قواعد الإخراج : تسمح قواعد الإخراج في حساب الاستنتاج الطبيعي بتوليد صيغتين فرعيتين من صيغة رئيسة (أ) تحتوي على الرمز (⊗).

لاحظ جيدا أن قواعد الإدخال تسير في اتجاه معاكس لقواعد الإخراج حيث إن الصيغ الفرعية التي تشكل منطلق الإدخال توجد في نتائج قواعد الإخراج(شكل 25)

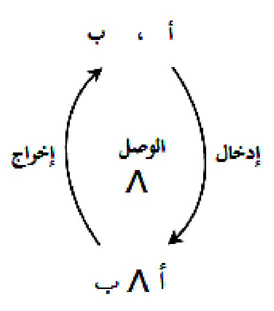


شكل 25

تعريف 19 (مبدأ الانعكاس[1]) قواعد الإدخال هي عكس مسار قواعد الإدخال للرمز المنطقي

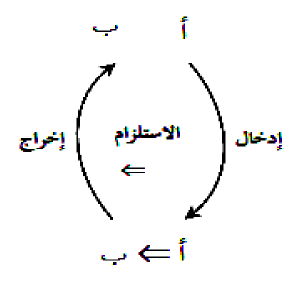
مثال

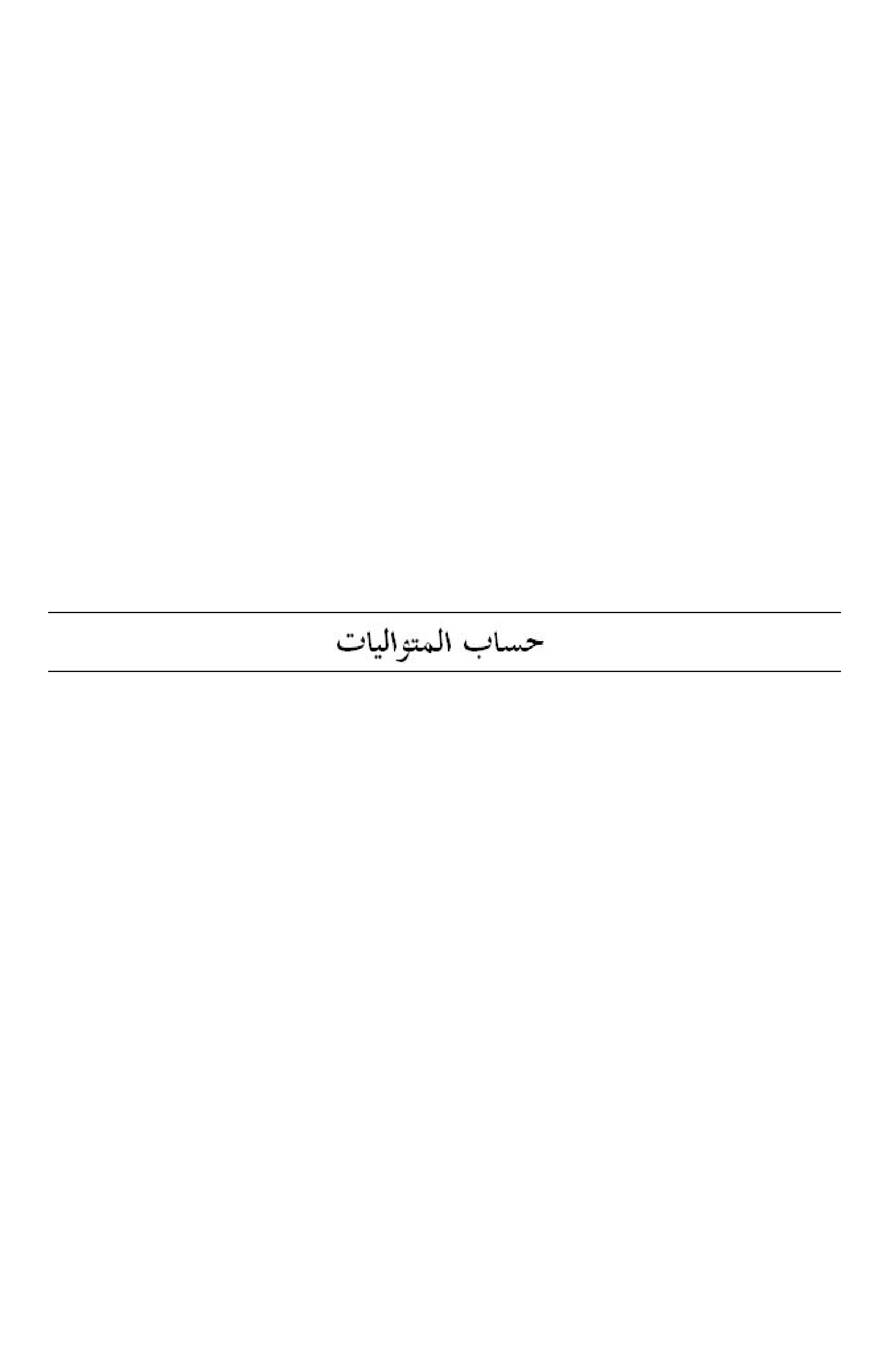
مبدأ الانعكاس بالنسبة للرابط ∧



1 انظر هذا المبدأ Inversion Principle في كتاب (الاستنتاج الطبيعي لبراويز prawitz في قائمة المراجع.

مبدأ الانعكاس بالنسبة للرابط ⟸





حساب المتواليات

7.1.4.حساب المتواليات

إذا كان حساب القضايا يعمل على الصيغ فإن الحساب المنطقي الذي أدخله 'جينتزن' يعمل على وحدات مركبية أكبر تُسمى بالمتواليات، ومن أجل الإمساك بمفهوم المتوالية سنستعين بما تحدثنا في سياق صورنة الرابط (⊣) في (مبرهنة 10،مبرهنة 11). أدخل 'جينتزن' مفهوم المتوالية للدلالة على مركب من الصيغ يتخذ الشكل الآتي:

$$\Gamma \rightarrow \Delta \qquad -25-$$

حيث ترمز Γ إلى مجموعة من الصيغ تسمى بالسوابق وَ Δ تعبر عن مجموعة من الصيغ تسمى باللواحق أو النواتج، أما الرمز (←) فتكمن وظيفته في الفصل بين السوابق واللواحق، وينتمي إلى لغة فوقية ولا علاقة له برمز الاستلزام لذلك اضطر جينتزن في كتابه إلى استعمال رمز التضمن للدلالة على الاستلزام (⊃) أما نحن فسنحافظ على رمز الاستلزام الذي استعملناه سابقا (⟸).

يمكن أن تكون المجموعتان Γ و Δ فارغتين،حينها سنحصل على أربع حالات :

- إذا كان سابق المتوالية Γ مجموعة فارغة مثل: (←أ) فإن الصيغة أو مجموعة الصيغ (أ) الموجودة في لاحق المتوالية تكون مبرهنة[1].
- إذا كان لاحق المتوالية Δ فارغا مثل : (أ ←) فيدل ذلك على نفي الصيغة (∽أ).
- إذا كانت المجموعتان فارغتين (←) فيدل ذلك على التناقض ⊥[2]
- أما إذا كان غير ذلك فهذا ما سنقوم بتوضيح منطقه فيما يلي:

لنأخذنا العبارة : أ، أ⟸ب ⊣ب

حيث إن مجموعة السوابق Γ = { أ، أ⟸ب }، بينما مجموعة اللواحق Δ تحتوي على عنصر وحيد :

Δ = { ب } ومن ثم تصبح المتوالية على الشكل الآتي:

---

1 هذا يذكرنا بالمبرهنات التي تأتي بعد الرمز (⊣).

2 يستعمل جينزن الرمز '٨'

- 26- **أ، أ⟸ب ←ب**

ويمكن تأويل المتوالية (- **26**-) في إطار حساب القضايا على الشكل الآتي:

(أ ∧ (أ⟸ب)) ⟸ب

معنى ذلك أن السوابق **الموصولة** (أي مربوطة برابط الوصل ∧) **تستلزم** اللواحق **المفصولة** (أي مربوطة برابط الفصل V) : إذا افترضنا المتوالية :

- 27- **أ$_1$، أ$_2$،أ$_3$،...أ$_ن$ ← ب$_1$، ب$_2$،...ب$_ن$**

فإن تأويلها يكون على الشكل الآتي:

- 28- **(أ$_1$ ∧ أ$_2$ ∧أ$_3$ ∧...∧أ$_ن$)⟸ (ب$_1$ V ب$_2$ V...Vب$_ن$)**

لكن ما الحاجة إلى استعمال المتوالية (- 27) وتفضيلها على الصيغة (- 28) ؟

يجيب جينتزن أنه لو استعمال الصيغة (- 28) لتطلب منه إدخال صور استدلالية جديدة تضبط استعمال العمليات (∧) و (⟸) في النسق، وذلك من شأنه 'ازعاج' عمليات إدخال وإخراج الروابط الذي تحدثنا عنه في الاستنتاج الطبيعي.

1.7.1.4.**قواعد حساب المتواليات**

قسم 'جينتزن' قواعد حساب المتواليات إلى صنفين من القواعد : قواعد بنيوية لا تمس كينونة الصيغ وإنما تسمح فقط إما بتغيير ترتيب الصيغ أو حذف الصيغ الزائدة أو توسيعها، أما النوع الثاني فذو أهمية خاصة من حيث يضبط استعمال الروابط المنطقية، وخلافا للاستنتاج الطبيعي فإن حساب المتواليات لا يحتوي على قواعد إخراج الروابط إنما يكتفي فقط بعملية إدخال الروابط سواء على يمين الرمز (←) أو يساره.كلا النوعين يسمح بالانتقال في عملية الاستدلال من متوالية لأخرى...

إذا كانت المسلمات هي منطلق استدلال نسق 'هلبرت' وكانت الفرضيات هي منطلق الاستنتاج الطبيعي فإن حساب المتواليات ينطلق من متوالية أساسية في كل عملية برهان وتتخذ الشكل الآتي:

أ←أ

1. القواعد البنيوية

- قاعدة الإدغام[1] :

تقضي هذه القاعدة إمكانية حذف كل صيغة مكررة إما في سابق المتوالية أو في لاحقها.

$$\frac{\text{أ،أ،}\ \Delta \leftarrow \Gamma}{\text{أ،}\ \Delta \leftarrow \Gamma} \qquad\qquad \frac{\Delta \leftarrow \Gamma\text{،أ،أ}}{\Delta \leftarrow \Gamma\text{،أ}}$$

إدغام الصيغ المكررة في اللواحق		إدغام الصيغ المكررة في السوابق

نمثل لذلك بالصيغة الآتية : أ، أ، أ⇐ب ← ب، تلاحظ أن هذه المتوالية قد تكرر في سابقها الصيغة (أ) ومن ثم يجوز حذفها بتطبيق قاعدة الإدغام على الشكل الآتي:

أ ، أ ، أ⇐ب ← ب
——————————— قاعدة الإدغام
أ ، أ⇐ب ← ب

- قاعدة القلب:

مقتضى هذه القاعدة أنه بإمكاننا تغيير ترتيب الصيغ من الجهتين في السوابق أو اللواحق.

$$\frac{\text{ج، ب ، أ ،}\ \Delta \leftarrow \Gamma}{\text{ب ، ج ، أ ،}\ \Delta \leftarrow \Gamma} \qquad\qquad \frac{\Delta \leftarrow \Gamma\ \text{،ج، ب ، أ}}{\Delta \leftarrow \Gamma\text{،ب ، ج ، أ}}$$

تغيير ترتيب الصيغ في اللواحق		تغيير ترتيب الصيغ في السوابق

نمثل لذلك بالمثال السابق أ، أ⇐ب ← ب، بمقتضى قاعدة القلب يجوز تغيير ترتيب الصيغ في هذه المتوالية دون أن يُفضيَ ذلك إلى تغيير في معنى المتوالية على الشكل الآتي:

---

[1] حافظنا على ترجمة عالم المنطقيات المغربي د.طه عبد الرحمان

$$\frac{\text{أ ، أ}\Leftarrow\text{ب}\leftarrow\text{ب}}{\text{أ}\Leftarrow\text{ب ، أ}\leftarrow\text{ب}}$$

- قاعدة القطع :

تُستعمل هذه القاعدة في حذف الصيغ المشتركة بين متواليتين شريطة أن تكون الصيغة المشتركة في لاحق المتوالية الأولى وفي سابق المتوالية الثانية وإذا كان الامر كذلك فيجوز حذفها :

$$\frac{\Gamma\leftarrow\Delta\text{ ، أ} \qquad \text{أ ، }\Gamma\leftarrow\Delta}{\Gamma\leftarrow\Delta}$$

حذف الصيغ المشتركة بين لاحق المتوالية الأولى وسابق المتولية الثانية

نمثل لذلك بالمتواليتين الآتيتين :

$$\frac{\text{أ}\leftarrow\text{أ ، }\underline{\text{ب}} \qquad \underline{\text{ب}}\text{ ، ج}\leftarrow\text{ج}}{\text{أ ، ج}\leftarrow\text{أ ، ج}}\ \text{قاعدة القطع}$$

حيث قطعنا الصيغة (ب) المتواجدة في لاحق المتوالية الأولى وسابق المتوالية الثانية وصولا إلى متوالية تخلوا منها.

- قاعدة التوسيع :

مقتضى هذه القاعدة البنيوية أنه بالإمكان إضافة صيغ إما على يمين المتوالية أو على يسارها:

$$\frac{\Gamma\leftarrow\Delta}{\text{أ ، }\Gamma\leftarrow\Delta}$$

نمثل لذلك بالمتوالية المعروفة الآتية : **أ، أ⇐ب** ← **ب**، فيمكن أن نضيف على يمينها عبارة (ج) فتصبح:

$$\frac{\text{ب} \leftarrow \text{ب}\Leftarrow\text{أ} \text{ ، أ}}{\text{ب} \leftarrow \text{ب}\Leftarrow\text{أ} \text{ ، أ ، ج}}$$

2. القواعد الاستدلالية:

تعتبر القواعد الاستدلالية أو الصور الاستدلالية قناطر استدلالية تسمح لنا بأن نعبر من صيغة لأخرى، وكل قاعدة تصف كيفية إدخال رابط معين.

- إدخال الرابط (إدخال-$\wedge$):

يتم إدخال هذا الرابط بطريقتين في اللواحق كما تبين القاعدة التالية:

$$\frac{\text{ب ، } \Delta \leftarrow \Gamma \qquad \text{أ ، } \Delta \leftarrow \Gamma}{\text{ب } \wedge \text{ أ ، } \Delta \leftarrow \Gamma} \wedge\text{-IS}$$

وفي السوابق على الشكل الآتي:

$$\frac{\Delta \leftarrow \Gamma \text{ ، ب}}{\Delta \leftarrow \Gamma\text{ ، ب } \wedge \text{ أ}} \qquad \frac{\Delta \leftarrow \Gamma \text{ ، أ}}{\Delta \leftarrow \Gamma\text{ ، ب } \wedge \text{ أ}} \wedge\text{-IS}$$

- إدخال الرابط ($\vee$)

يدخل الفصل بطريقتين مختلفتين، تسفر الطريقة الأولى عن إدماج متواليتين مختلفتين :

$$\frac{\Delta \leftarrow \Gamma \text{ ، ب} \qquad \Delta \leftarrow \Gamma \text{ ، أ}}{\Delta \leftarrow \Gamma\text{ ، ب } \vee \text{ أ}} \vee\text{-IA}$$

ونمثل لذلك بما يلي مفترضين متواليتين : أ ← ج وَ ب ← ج

$$\frac{\text{ج} \leftarrow \text{ب} \qquad \text{ج} \leftarrow \text{أ}}{\text{ج} \leftarrow \text{ب } \vee \text{ أ}} \vee\text{-IA}$$

أما في الطريقة الثانية فيتم عن طريق إضافة الرابط ($\vee$) شريطة أن تكون في اللواحق:

$$\vee\text{-IS}\quad \frac{\Gamma \rightarrow \Delta ،\ \text{أ}}{\Gamma \rightarrow \Delta ،\ \text{أ} \vee \text{ب}} \qquad \frac{\Gamma \rightarrow \Delta ،\ \text{ب}}{\Gamma \rightarrow \Delta ،\ \text{أ} \vee \text{ب}}$$

- إدخال الأسوار الكلي والجزئي (∀)

$$\forall\text{-IS}\quad \frac{\Gamma \rightarrow \Delta ،\ \text{أ(د)}}{\Gamma \rightarrow \Delta ،\ \forall_{\text{س}}\ \text{أ(س)}} \qquad \text{E-IA}\quad \frac{\text{أ(د)} ،\ \Gamma \rightarrow \Delta}{\exists_{\text{س}}\ \text{أ(س)} ،\ \Gamma \rightarrow \Delta}$$

- إدخال النفي (~):

يتم إدخال النفي بنقل صيغة من السوابق إلى اللواحق أو العكس:

$$\sim\text{-IS}\quad \frac{\text{أ} ،\ \Gamma \rightarrow \Delta}{\Gamma \rightarrow \Delta ،\ \sim\text{أ}} \qquad \sim\text{-IA}\quad \frac{\Gamma \rightarrow \Delta ،\ \text{أ}}{\sim\text{أ} ،\ \Gamma \rightarrow \Delta}$$

مثال: أ، أ⇐ب ←ب

إذا نقلنا الصيغة أ من يمين الرمز ← إلى يساره سنحصل على المتوالية : أ⇐ب ←~أ، ب

$$\sim\text{-IS}\quad \frac{\text{أ} ،\ \text{أ} \Rightarrow \text{ب} \rightarrow \text{ب}}{\text{أ} \Rightarrow \text{ب} \rightarrow\ \sim\text{أ} ،\ \text{ب}}$$

- إدخال الاستلزام:

يدخل الاستلزام بطريقتين مختلفتين ؛ في الطريقة الأولى يدخل الاستلزام بنقل صيغة من مجموعة السوابق مستلزمة صيغة أخرى في مجموعة اللواحق.

$$\Rightarrow\text{-IS}\quad \frac{\text{أ} ،\ \Gamma \rightarrow \Delta ،\ \text{ب}}{\Gamma \rightarrow \Delta ،\ \text{أ} \Rightarrow \text{ب}}$$

في المثال السابق سندخل الاستلزام على الشكل الآتي:

$$\Rightarrow\text{-IS}\quad \frac{\text{أ} ،\ \text{أ} \Rightarrow \text{ب} \rightarrow \text{ب}}{\text{أ} \Rightarrow \text{ب} \rightarrow \text{أ} \Rightarrow \text{ب}}$$

أما في الطريقة الثانية فنحتاج إلى متواليتين فتدمجان في متوالية وحيدة على الشكل الآتي:

$$\frac{\Gamma \leftarrow \Delta \text{ ، أ} \qquad \text{ب ،} \Psi \leftarrow \Theta}{\text{أ} \Leftarrow \text{ب ،} \Psi \text{ ،} \Gamma \leftarrow \Delta \text{ ،} \Theta} \Leftarrow\text{-IA}$$

نمثل لذلك بالمثال الآتي مفترضين متواليتين أ←أ وَ ب←ب

$$\frac{\text{أ} \leftarrow \text{أ} \qquad \text{ب} \leftarrow \text{ب}}{\text{أ} \Leftarrow \text{ب ، أ} \leftarrow \text{ب}}$$

1.2.7.1.4. أمثلة وتطبيقات

الصيغ التي سيتم البرهنة عليها في الأمثلة ستكون بعد الرمز ←، وكل متوالية تتخذ الشكل (← أ) فإن الصيغة (أ) تكون مشتقة أي مبرهنة عليها.

مثال 31 : برهان: الثالث المرفوع أ V ~أ

أ ← أ

———————————— ~-IS

← أ ، ~أ

———————————— V-IS

← أ ، أ V ~أ

———————————— القلب

← أ V ~أ ، أ

———————————— V-IS

← أ V ~أ ، أ V ~أ

———————————— الإدغام

← أ V ~أ

قمنا باشتقاق أ V ~أ باتباع قواعد حساب المتواليات، لكن هذا الحساب يسري فقط على المنطق التقليدي أما المنطق الحدسي الذي يجوز هذا القانون فيتعين إدخال مجموعة من التقييدات من أجل منع اشتقاق هذا القانون وسنرى في موضع لاحق باذن الله كيف سيتم ذلك.

مثال 32: برهان: (أ⇐ب) ⇐(~ب⇐~أ) ↔ (~ب⇐~أ)⇐(أ⇐ب)

سيمر البرهان بمرحلتين : في المرحلة الأولى سنبرهن على (أ⇐ب)

⟸(∽ب⟸∽أ) وفي المرحلة الثانية سنبرهن على (∽ب⟸∽أ)⟸(أ⟸ب).

- برهان (أ⟸ب) ⟸(∽ب⟸∽أ)

أ ← أ   ب ← ب
IA-⟸
أ⟸ب ، أ ← ب
IS-∽
أ⟸ب ← ب ، ∽أ
IA-∽
أ⟸ب ، ∽ب ← ∽أ
IS-⟸
أ⟸ب ← ∽ب⟸∽أ
IS-⟸
← (أ⟸ب) ⟸ (∽ب⟸∽أ)

- برهان (∽ب⟸∽أ)⟸(أ⟸ب).

ب←ب   أ←أ
IS-∽   IA-∽
←∽ب ، ب   ∽أ،أ ←
IA-⟸
∽ب ⟸ ∽أ، أ←ب
IS-⟸
∽ب ⟸ ∽أ ← أ ⟸ ب
IS-⟸
← (∽ب ⟸ ∽أ) ⟸ (أ⟸ب)

مثال 33 : برهان : أ⟸(ب⟸أ)

أ ← أ
توسيع
ب ، أ ← أ
IS-⟸
أ ← ب⟸ أ
IS-⟸
← أ ⟸ (ب⟸ أ)

2.7.1.4- حساب المتواليات الحدسي

في الاستنتاج الطبيعي فرق جينتزن بين نوعين من الحسابات المنطقية : حساب تقليدي[1] وحساب حدسي[2] ومن أجل الانتقال من الحساب الحدسي- الذي لا يعترف بمبدأ الثالث المرفوع- إلى الحساب الطبيعي يكفي بإضافة مسلمة (أ V ∽أ).

1 يُرمز إل حساب المتواليات التقليدي بالرمز LK

2 يُرمز إلى حساب المتواليات الحدسي اختصارا بالرمز LJ

لكن مع الهيكلة الجديدة في حساب المتواليات الأمر سيختلف قليلا حيث حساب المتوليات الحدسي سيتقيد بالقيد الآتي:

تعريف 20 : يختلف حساب المتواليات التقليدي عن حساب المتواليات الحدسي في كون حساب المتواليات الحدسي لا يُسمح فيه أن يحتويَ لاحق المتوالية على أكثر من صيغة

بمعنى أن (أ) في المتوالية (Γ←أ) يجب أن تكون عبارة عن صيغة وليست مجموعة من الصيغ، بينما في حساب المتواليات للمنطق التقليدي يُسمح بأن تتواجد أكثر من صيغة في لاحق المتوالية.

اشتقاق مبدأ الثالث المرفوع في حساب المتواليات للمنطق التقليدي سيكون عبر المراحل الآتية:

أ ← أ
―――――――― ∼-IS
← أ ، ∼أ
―――――――― قاعدة التوسيع
← أ ، أ V ∼أ
―――――――― قلب
← أ V ∼أ، أ
―――――――― قاعدة التوسيع
← أ V ∼أ، أ V ∼أ
―――――――― قاعدة الإدغام
← أ V ∼أ

لاحظ أنه قد سُمح في لاحق المتوالية أن تتواجد أكثر من صيغة (← أ، ∼أ) وقد كان ذلك أثناء تطبيق قاعدة التوسيع.

3.7.1.4.النظرية الأساسية

تمثل النظرية الأساس Hauptsatz جوهر حساب المتواليات وتعرف أيضا باسم آخر وهو 'مبرهنة إبعاد قاعدة القطع'[1] وتتلخص هذه المبرهنة فيما يلي :

1 cut-elimination theorem

مبرهنة 28 : إذا برهنا على قضية ما في حساب المتواليات باستعمال قاعدة القطع، فإن نفس القضية تمتلك برهانا في هذا الحساب دون اللجوء إلى قاعدة القطع[1].

لكي نفهم المبرهنة يتعين في البداية مقارنة بين استدلالين ؛ في البرهان الأول نستخدم فيه قاعدة 'القطع'، أما في الثاني فنستغني فيه عن القطع، لأجل ذلك سنأخذ الصيغة (~∃س أ(س))⟸(∀ن~أ(ن)) كمثال توضيحي:

- برهان الصيغة باستعمال قاعدة القطع:

∃س أ(س)→∃س أ(س)
——————————— ~-IA
~∃س أ(س)، ∃س أ(س)→
———————————
∃س أ(س) ، ~∃س أ(س)→

أ(د)→أ(د)
——————— E-IS
أ(د)→∃س أ(س)

——————————————————— قاعدة القطع
أ(د)، ~∃س أ(س) →
——————————— ~-IS
~∃س أ(س) → ~أ(د)
——————————— ∀-IS
~∃س أ(س) → ∀ص ~أ(ص)
——————————— ⟸-IS
→ ~∃س أ(س) ⟸ ∀ص ~أ(ص)

- برهان الصيغة بدون قاعدة القطع :

أ(د) → أ(د)
———————————
أ(د) →∃س أ(س)
———————————
~∃س أ(س) ، أ(د) →
———————————
أ(د) ، ~∃س أ(س) →
——————————— ~-IS
~∃س أ(س) → ~أ(د)
——————————— ∀-IS
~∃س أ(س) → ∀ص ~أ(ص)
——————————— ⟸-IS
→ ~∃س أ(س) ⟸ ∀ص ~أ(ص)

[1] Every LJ or LK-derivation can be transformed into an LJ or LK-derivation with the same endsequent and in which the inference figure called a cut does not occur.

تلتقي هذه المبرهنة مع مفهوم أبدعه 'لورنزن' وهو مفهوم المقبولية[1]، حيث تُعد قاعدة القطع ضمن القواعد الاستدلالية المقبولة. وتُوصف قاعدة قع بالمقبولية في نسق حسابي ق إذا كان إضافتها إلى القواعد الأولية للنسق ق لا يفضي إلى تولد مبرهنات جديدة، على سبيل المثال، إذا كانت أ مشتقة في النسق ق+قع فإنها تظل مشتقة ولو أزلنا القاعدة قع من النسق ق، ونصوغ ذلك الصوغ الرمزي الآتي[2]:

إذا كان $\dashv_{\text{ق+قع}}$ أ فإن $\dashv_{\text{ق}}$ أ

4.7.1.4. **الحساب الهجين من الاستنتاج الطبيعي وحساب المتواليات:**

من أجل صورنة علم الحساب استعمل 'جينتزن' حسابا هجينا من حساب المتواليات والاستنتاج الطبيعي معا، سنسميه بالحساب الهجين أو الوسيط.

يختلف هذا الأخير عن الاستنتاج الطبيعي من حيث كونه تُستخدم فيه مفهوم المتوالية لكن في معنى أكثر تضييقا، ذلك أن لواحق المتوالية في الحساب الهجين تتكون من صيغة واحدة وليس من مجموعة من الصيغ كما هو الحال في حساب المتواليات.من جهة أخرى فإن قواعد الاشتقاق أو الاستدلال تشبه بشكل كلي قواعد إدخال وإخراج الاستنتاج الطبيعي.

ويمكن تلخيص أهم الفوارق بين حساب المتواليات والحساب الهجين في الأمور الآتية:

- لا يسمح الحساب الهجين أن تكون مجموعة اللواحق في المتوالية فارغة، لكن في مقابل ذلك يمكن أن تكون مجموعة السوابق فارغة مثل : (← أ)، في هذه الحالة تصبح الصيغة (أ) مبرهنة وتعادل الصيغة المبرهنة في حساب هلبرت.
- في الحساب الهجين تُستعمل نوعان من القواعد قواعد إدخال وقواعد إخراج كما هو الحال في الاستنتاج الطبيعي.
- نميز بين نوعين من المتواليات الأساسية :
  - ✓ متواليات منطقية وتأخذ الصورة الآتية : أ←أ

1 Admissibility

2 Peter Schroeder-Heister [2008]

✓ متواليات رياضية من نوع : ← ب، مثل المتواليات التي تُستخدم في تعريف عملية التساوي او الضرب...النوعان يستعملان معا أثناء الاستدلال الرياضي.

- البرهان في الحساب الهجين ينطبق على المتواليات، وكل متوالية في الاشتقاق إما أن تكون متوالية أساسية أو مشتقة من متوالية أساسية بتطبيق قواعد الاستدلال في آخر عملية اشتقاق يكون فيه سابق المتوالية فارغا (← ب)
- تنقسم القواعد في الحساب الهجين إلى نوعين: قواعد بنيوية لا تغير شيئا في معنى المتوالية، وقواعد استدلالية تغير معنى المتوالية وتخبرنا كيف ندخل أو نخرج رمزا منطقيا، تشبه القواعد البنيوية قواعد حساب المتواليات لكنها لا تعمل إلا في السوابق ولا تستعمل قاعدة القطع.

1.4.7.1.4.قواعد الحساب الهجين:

1- القواعد البنيوية :

- قاعدة القلب:

Δ ، ب ، ج، Γ ← أ
———————
Δ ، ج ، ب، Γ ← أ

حيث إن Γ و Δ ترمزان إلى مجموعة من الصيغ. ويمكن أن تكونا فارغتين

- قاعدة الإدغام:

أ، أ، Γ ← ب
———————
أ، Γ ← ب

- قاعدة التوسيع:

أ، Γ ← ب
———————
أ، أ، Γ ← ب

2-القواعد الاستدلالية:

- قاعدة إدخال الرابط ∧:

$$\frac{\text{ب} \leftarrow \Gamma ، \Delta \qquad \text{أ} \leftarrow \Gamma ، \Delta}{\text{ب} \wedge \text{أ} \leftarrow \Gamma ، \Delta}$$

- قاعدة إخراج الرابط ∧ :

$$\frac{\text{ب} \wedge \text{أ} \leftarrow \Gamma ، \Delta}{\text{أ} \leftarrow \Gamma ، \Delta} \qquad \frac{\text{ب} \wedge \text{أ} \leftarrow \Gamma ، \Delta}{\text{ب} \leftarrow \Gamma ، \Delta}$$

- قاعدة إدخال الرابط ∨ :

$$\frac{\text{أ} \leftarrow \Gamma ، \Delta}{\text{ب} \vee \text{أ} \leftarrow \Gamma ، \Delta} \qquad \frac{\text{ب} \leftarrow \Gamma ، \Delta}{\text{ب} \vee \text{أ} \leftarrow \Gamma ، \Delta}$$

- قاعدة اخراج الرابط ∨ :

$$\frac{\mathfrak{C} \leftarrow \text{أ} ، \mathfrak{G} \qquad \mathfrak{C} \leftarrow \text{ب} ، \Delta \qquad \text{ب} \vee \text{أ} \leftarrow \Gamma}{\mathfrak{C} \leftarrow \mathfrak{G} ، \Delta ، \Gamma}$$

- إدخال السور الكلي ∀

$$\frac{\text{فا(د)} \leftarrow \Gamma}{\text{فا(س)}\ \forall_{\text{س}} \leftarrow \Gamma}$$

- إخراج المكمم الكلي ∀

$$\frac{\text{فا(س)}\ \forall_{\text{س}} \leftarrow \Gamma}{\text{فا(د)} \leftarrow \Gamma}$$

- إدخال المكمم الجزئي E

$$\frac{\Gamma \rightarrow \text{فا(د)}}{\Gamma \rightarrow E\text{س فا(س)}}$$

- إخراج المكمم الجزئي E

$$\frac{\Gamma \rightarrow E\text{س فا(س)} \qquad \text{فا(د)}, \Delta \rightarrow \mathfrak{C}}{\Delta, \Gamma \rightarrow \mathfrak{C}}$$

- إدخال الاستلزام ⟸ :

$$\frac{\text{أ}, \Gamma \rightarrow \text{ب}}{\Gamma \rightarrow \text{أ} \Rightarrow \text{ب}}$$

- إخراج الاستلزام ⟸ :

$$\frac{\Gamma \rightarrow \text{أ} \qquad \Delta \rightarrow \text{أ} \Rightarrow \text{ب}}{\Delta, \Gamma \rightarrow \text{ب}}$$

- إدخال النفي ~ :

$$\frac{\text{أ}, \Delta \rightarrow \text{ب} \qquad \text{أ}, \Gamma \rightarrow \sim\text{ب}}{\Delta, \Gamma \rightarrow \sim\text{أ}}$$

- إخراج النفي ~:

$$\frac{\Gamma \rightarrow \sim\sim\text{أ}}{\Gamma \rightarrow \text{أ}}$$

5.7.1.4.ترجمة حساب المتواليات إلى لغة لزومية :

دونما اللجوء إلى مفهوم المتوالية استطاع لورنزن في كتابه 'الرياضيات الفوقية' أن يُترجم القواعد البنيوية والاستدلالية لحساب المتواليات إلى لغة لزومية، فيما يلي سنقابل كل قاعدة بما يوافقها فيما اقترحه لورنزن في كتابه:

الاستلزامات الأساسية:

الصيغ الرئيسة تقابلها في حساب المتواليات بمنطلقات الحساب حيث إن كل حساب في المتوليات ينطلق من العبارة أ←أ، أما لورنزن فيجعل منطلقات الحساب من الصيغ اللزومية[1] الآتية:

Γ ∧ أ ⇐ Γ ∨ أ

Γ ∧ ⋏ ⇐ Δ

Γ ⇐ ⋎ ∨ Δ

حيث يشير الرمزان Γ و Δ إلى مجموعة من الصيغ، أما الرمز ⋏ فيرمز إلى الكذب المنطقي، اما الرمز ⋎ فيرمز إلى الصدق المنطقي.

إدخال رباط الوصل:

إذا كان Γ ⇐ أ وَ Γ ⇐ ب فإن Γ ⇐ أ ∧ ب

حيث إن الرمز Γ يمثل مجموعة من القضايا الوصلية Γ = أ$_1$∧......∧أ$_ن$

نقرأ إذا كانت مجموعة الصيغ الوصلية Γ تستلزم أ وتستلزم ب فإن Γ تستلزم وصلهما أ ∧ ب، هذه القاعدة تشبه قاعدة إدخال الوصل لكننا عبرنا عنها بصيغة لزومية دون اللجوء إلى مفهوم المتوالية.

إدخال رابط الفصل :

إذا كان Γ ⇐أ فإن Γ ⇐أ ∨ ب

إذا كان Γ ⇐ب فإن Γ ⇐أ ∨ ب

إذا كان Γ ∧ أ ⇐ج، وكان Γ ∧ ب ⇐ج فإن Γ ∧ أ ∨ ب ⇐ج

إدخال رابط النفي ∽ :

إذا كان Γ ∧ أ ⇐⋏ فإن Γ ⇐∽أ

إذا كان Γ ⇐أ فإن Γ ∧ ∽أ ⇐ج

---

[1] خص لورنزن للاستلزام الرمز ≻ أما نحن في هذا الكتاب فاحتفظنا بالرمز ⇐ ،هذا الرمز الأخير استعمله لورنزن للتعبير عن عن عملية الانتقال من قاعدة لأخرى ... بدل العبارات اللغوية (وَ) (إذا كان) استعمل لورنزن الفواصل

بمقتضى هذه القاعدة كل صيغة على يمين الاستلزام ⟸ إذا انتقلت إلى يساره فإنه تُنفى، وكذلك العكس صحيح.

6.7.1.4. استعمال حساب المتواليات في اثبات مسائل علمية :

إلى غاية هذه السطور تعرفنا على كيفية البرهنة على قضايا تنتمي إلى صميم المنطق لكن لم نتطرق إلى كيف يُطبق حساب المتواليات في البرهنة على مسائل تنتمي إلى نظريات علمية (رياضيات، فيزياء، لسانيات...)

إذا عدنا إلى تعريف الاشتقاق، فإنه يقوم على عدد من المتواليات المتعاقبة، كل متوالية إما 'متوالية أساسية' أو نتجت عن متوالية سابقة بتطبيق قواعد بنيوية أو قواعد استدلالية.

المتوالية المشتقة التي نحصل عليها في الأخير هي متوالية لا تحتوي على سابق بمعنى أنها تكون على الصورة الآتي: (←أ)، حيث تمثل أ القضية المبرهن عليها. يفرق جينتزن بين نوعين من المتواليات الأساسية[1]:

- متواليات أساسية منطقية بحتة تكون على الشكل (أ←أ) حيث تمثل أ صيغة اعتباطية.
- متواليات أساسية رياضية تكون على الشكل (←ب) حيث تمثل ب مسلمة منطقية.

ونمثل للمتتالية الرياضية الأساسية بالمسلمات:

مهما تكن س، ص، ع من مجموعة الأعداد الصحيحة الطبيعية فإن:

- 29 - ← س = ص ⟸ س+ع = ص+ع

-30 - ← س + ص = ص + س

في هذه الدراسة سنوسع من مفهوم المتوالية الأساسية لتشمل قضايا تنتمي إلى مجالات علمية أخرى مثل الفيزياء واللسانيات وسنمثل لذلك بالمسلمات النحوية الآتي:

1 Gerhard Gentzen[1969], p.151

- 31- ← فاعل(س،ص)⟸ فعل (س) ∧ اسم(ص) ∧ (إعرابه(ص،رفع)[1]

- 32- ← فعل_متعدي(س)⟸ [مفعول(س،ص)⟸اسم(ص) ∧ اعرابه(ص،نصب)[2]]

إذا استثمرنا ما قمنا باثباته لاحقا في - **83**-في سياق حديثنا عن تقعيد النحو العربي سنخلص إلى المسلمات الآتية:

- 33 -فاعل(س،ص) ∧ ~فاعل(ص،س)

سنبرهن على فعلية س على الشكل الآتي انطلاقا من المسلمتين (- **31**) وَ (- **33**):

← فاعل(س،ص) ∧ ~فاعل(ص،س)

← فاعل(س،ص) ←فاعل(س،ص)⟸ فعل (س) ∧ اسم(ص) ∧ (إعرابه(ص،رفع)

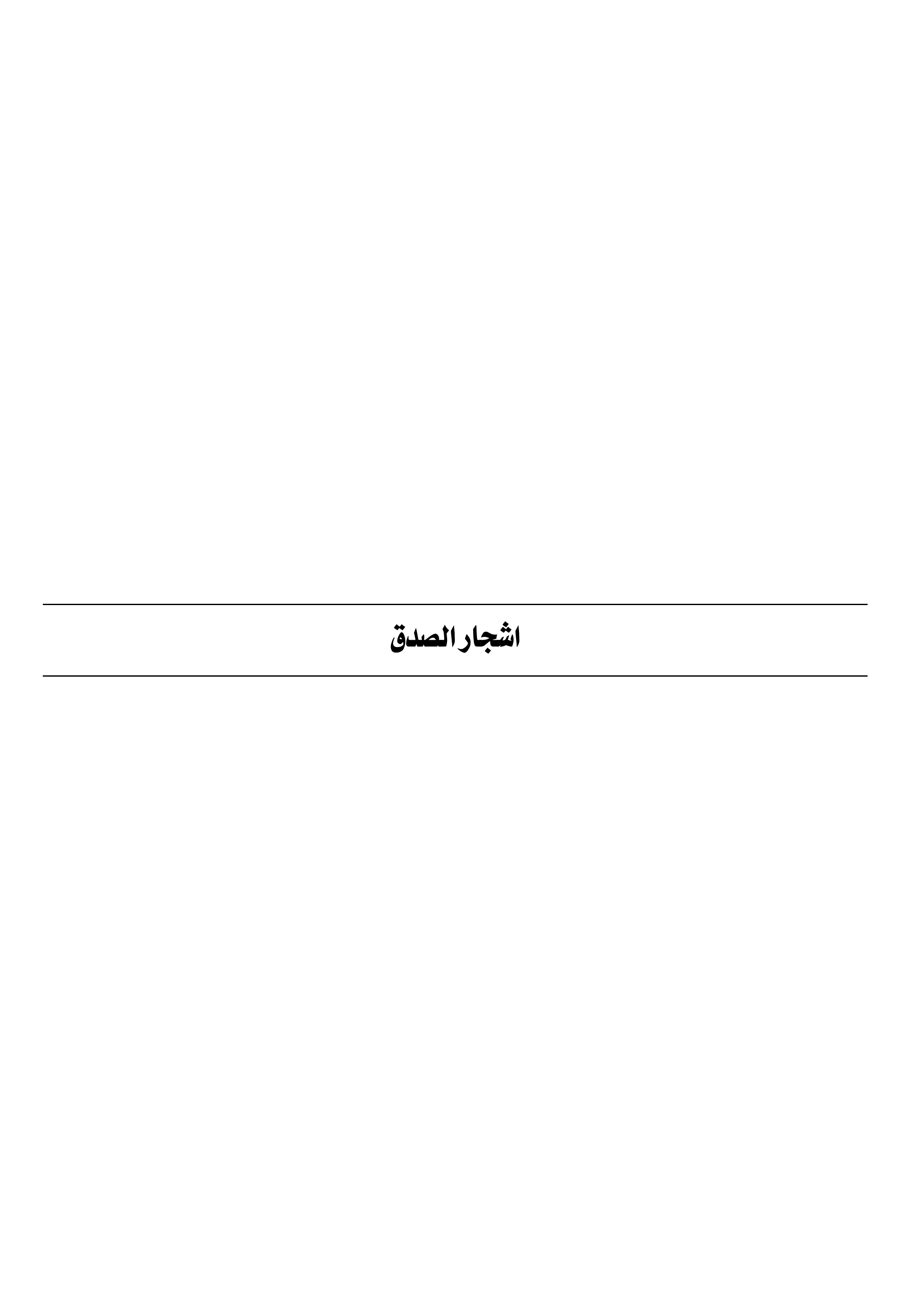
← فعل (س) ∧ اسم(ص) ∧ (إعرابه(ص،رفع)

← فعل (س)

لاحظ أننا انطلقنا من مسلمات نحوية ثم طبقنا القواعد الاستدلالية على المسلمات في البداية تخلصنا من رابط الوصل في المسلمة النحوية (- **33**)، ثم طبقنا في السطر الثاني قاعدة اثبات التالي فحصلنا على مبرهنة (← فعل(س) ∧ اسم(ص) ∧ إعرابه(ص،رفع))، في نهاية الاشتقاق حصلنا على ← فعل(س) عن طريق تطبيق قاعدة إخراج الوصل.

1 تعني العبارة إذا كان ص فاعل لــ س فإن س فعل وص اسم اعرابه الرفع.

2 تعني العبارة إذا س فعل متعدي فإن ص مفعول لــ س



اشجار الصدق

5.أشجار الصدق

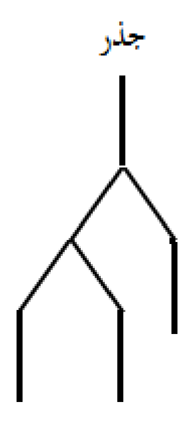
إلى غاية هذه السطور قمنا بتطوير عدد من الاختبارات ساعدتنا على التأكد من حجة ما صحيحة أم لا، وأحد هذه الطرق هو جداول الصدق التي تعتبر طريقة فعالة في اختبار صحة حجة ما، فإذا كانت المقدمات صادقة والنتائج صادقة كذلك في كل مرة تصدق فيها المقدمات فإن الحجة تكون صحيحة.

كما تعرفنا إلى طريقة البرهان وذلك بتوليد الصيغ الصحيحة من نسق برهاني يقوم على مسلمات وقواعد اشتقاق.

في هذا الفصل سنتعرف على طريقة جديدة في التحقق من صحة الحجج وذلك عن طريق ما يعرف بشجرة الصدق التي يمكن تلخيص طريقة عملها في التعريف الآتي:

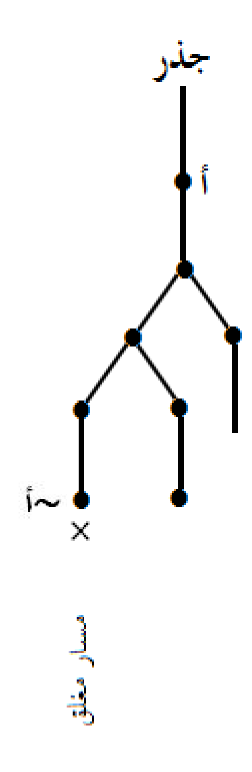
تعريف 21 : تكون الحجة صحيحة إذا لم يوجد مثال مضاد حيث تكون فيه المقدمات صادقة والنتائج كاذبة.

من أجل ذلك يتم بناء الحجة المراد التحقق منها على صورة شجرة مقلوبة ؛ جذرها في الأعلى وفروعها منطلقة إلى الأسفل وتنتهي بأوراق، كل عقدة من الشجرة تحتوي على صيغة.



شكل 26

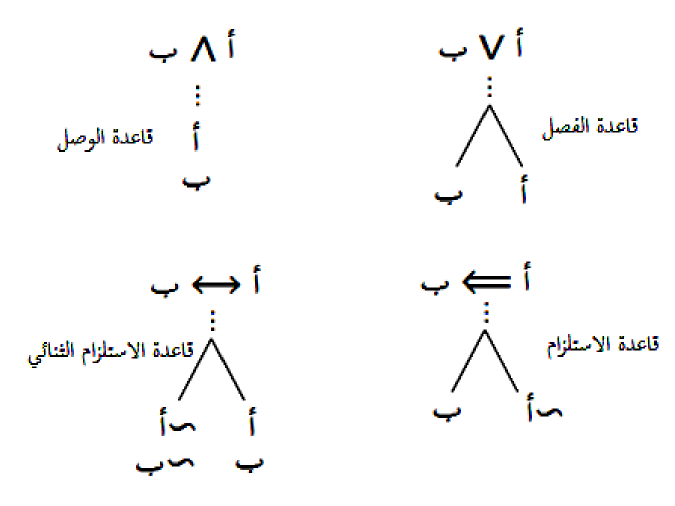
تكون فروع الشجرة أو مساراتها إما مغلقة أو غير مغلقة، ويغلق الفرع إذا كان في نفس المسار صيغة ونفيها أ، ~أ وسنشير إلى المسار المغلق بالعلامة ×



شكل 27

1.5. قواعد تفريع شجرة الصدق

تتفرع الشجرة بناء على مجموعة من القواعد الاشتقاقية حسب معنى الرابط المنطقية والجدول الآتي يلخص قواعد تفرع شجرة الصدق :

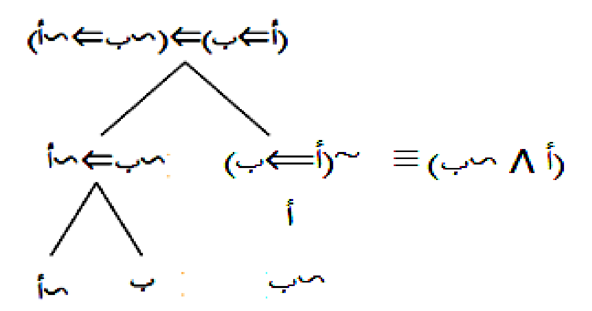


شكل 28

من هذا الجدول يمكن استنتاج باقي الصيغ مثلا الصيغة ~(أ⇐ب) تُرد إلى الصيغة أ Λ ∽ب

مثال 34 : (أ⇐ب)⇐(∽ب⇐∽أ)

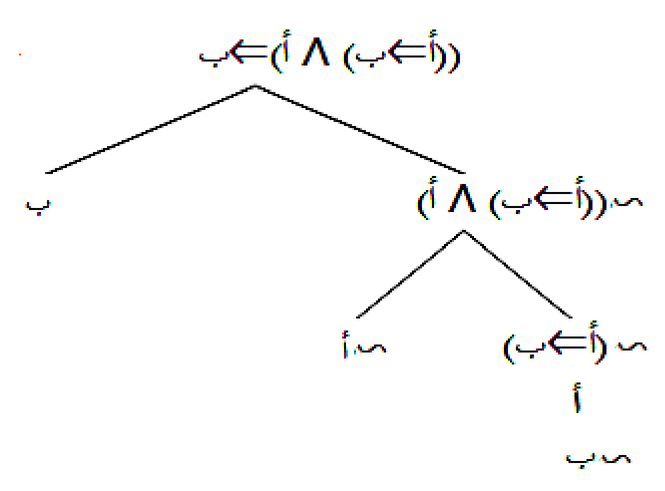
نقوم بتشجير هذه الصيغة على الشكل الآتي:



لقد تم استبدال في الشجرة الصيغة ∽ب⇐∽أ بصيغة أخرى تكافؤها وهي:

ب V ∽أ

مثال 35 : ((أ⟸ب) ∧ أ) ⟸ ب



الصيغ الآتية متكافئة فيتم استبدال بعضها مكان بعض دون أن يغير ذلك شيئا في معنى الصيغة:

((أ⟸ب) ∧ أ) ≈ ∽ (أ⟸ب) ∨ ∽أ

∽ (أ⟸ب) ≈ أ ∧ ∽ب

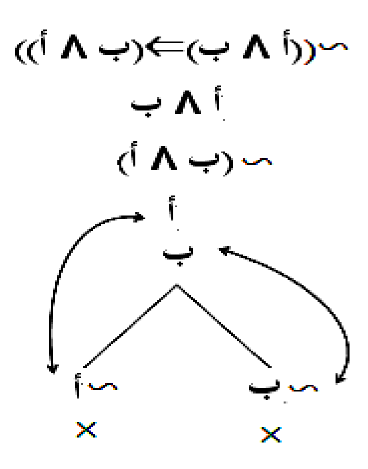
2.5.**التحقق من صحة حجة باستعمال شجرة الصدق**

تعريف 22 : إذا أردنا التحقق من كون الصيغة أ صحيحة أم لا فيتوجب إنشاء شجرة الصدق لــــ ∽أ، فإذا أغلقت الشجرة فإن الصيغة أ صحيحة.

تعريف 23 : إذا أردنا التحقق مما إذا كانت الصيغة ب هي نتيجة منطقية لمجموعة الصيغ أ$_1$،......، أ$_{ن}$ يتعين بداية إنشاء شجرة الصدق للمجموعة، أ$_1$،......، أ$_{ن}$، ∽ب، إذا كان الشجرة مغلقة فإن الصيغة ب تنتج عن مجموعة الصيغ أ$_1$،......، أ$_{ن}$.

مثال 36 : هل الصيغة (أ ∧ ب)⟸(ب ∧ أ) صحيحة ؟

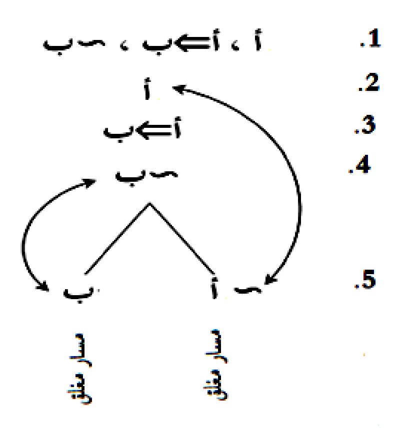
بتطبيق التعريف 22 ننشئ شجرة الصدق لــــ ∽**((أ ∧ ب)⟸(ب ∧ أ)):**



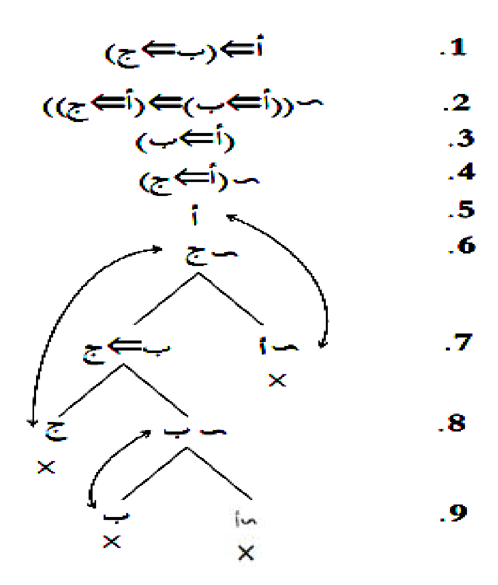
لاحظ أن كلا المسارين مغلقين فالمسار الأول على اليمين يحتوي على صيغة ب ونفيها ~ب، بينما المسار كذلك يحتوي على أ ونفيها ~أ. ومن ثم فإن الصيغة **(أ ∧ ب)⇐(ب ∧ أ) صحيحة.**

مثال 37 : هل الصيغة ب تنتج عن مجموعة الصيغ أ، أ⇐ب ؟

بتطبيق التعريف 23 سننشئ شجرة صدق لــــــ **أ، أ⇐ب، ~ب**، وهنا يتوجب أن نسجل ملاحظة وهي كون الفاصلة في هذه المتوالية تأول برابط الوصل ومن ثم سنطبق قاعدة الوصل الاشتقاقية:



مثال 38 : باستعمال شجرة الصدق سنثبت أن الصيغة (أ⇐ب)⇐(أ⇐ج) تنتج من الصيغة أ⇐(ب⇐ج)، لأجل ذلك سننشئ شجرة الصدق لـــ أ⇐(ب⇐ج)، ~((أ⇐ب)⇐(أ⇐ج))



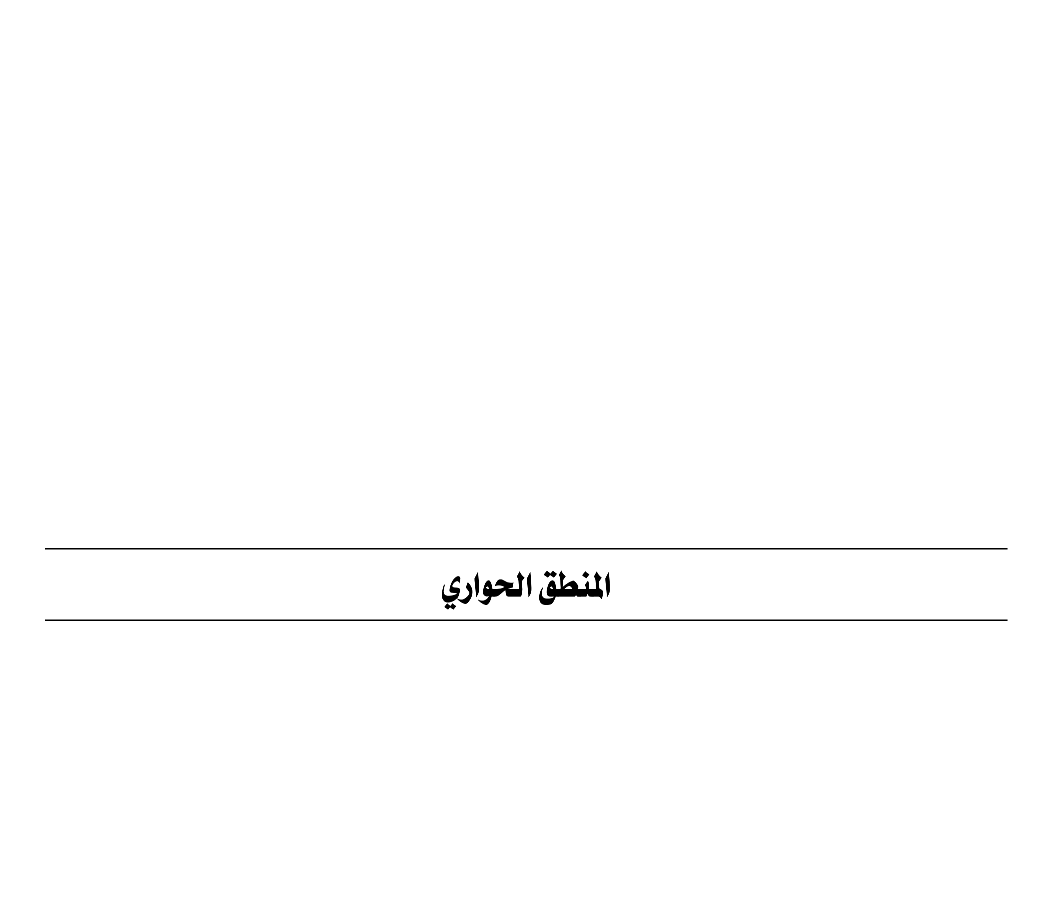
في السطر 3. استبدلنا الصيغة ∽((أ⇐ب)⇐(أ⇐ج)) بصيغة تكافؤها وهي (أ⇐ب) ∧ ∽(أ⇐ج) فطبقنا عليها قاعدة الوصل السابقة.

بعد ذلك بقمنا برد الصيغة ∽(أ⇐ج) إلى صيغة مكافئة أ ∧ ∽ج وعندما طبقنا قاعدة الوصل حصلنا على السطرين 5 و 6.

في السطر السابع أنجزنا الصيغة 1.وعند تطبيق قاعدة الاستلزام أعطتنا احتمالين ∽أ أو (ب⇐ج) المسار الاول أغلق لوجود العبارة أ في السطر 5 ونفيها في السطر 7.

بالنسبة للاحتمال الثاني وهو (ب⇐ج) عندما أنجزناه حصلنا على احتمالين ∽ب و ج، المسار الذي توجد به ج أغلق لوجود صيغتين متنافيتين في السطر 6 و 8.
وفي النهاية حصلنا على مسار به صيغة ونفيها ب،∽ب في السطرين 8 و 9.

نلاحظ ان جميع المسارات أغلقت ومن ثم نستنتج أن الصيغة (أ⇐ب)⇐(أ⇐ج) تنتج من الصيغة أ⇐(ب⇐ج)



المنطق الحواري

6-المنطق الحواري:

تأسس المنطق الحواري من قبل العالم الألماني 'بول لورنزن'[1] في أحضان النزعة البنائية الحدسية في الرياضيات، وقد تطور في البداية نصرة للمنطق الحدسي ثم عُدل بعد ذلك ليتلاءم مع المنطق التقليدي عن طريق تعديل قواعد الحوار التركيبية. تكمن طرافة هذا المنطق في إعادة تعريف بعض الأفكار المتعلقة بالمنطق التقليدي التي يمكن تجميعها في الملاحظات الآتية:

- يتميز المنطق الحواري بوجود لاعبين متحاورين الأول يقوم بوظيفية الإدعاء والآخر ينهض بوظيفة الإعتراض، ثم يتناوبان لاحقا على الوظيفتين. يبدأ المدعي الحوارَ بقضية فيتم الاعتراض عليها بحسب استعمال الروابط المنطقية في القضية، والذي يختم الحوار هو الفائز بحيث لا يمكن للخصم أن يقدم بخطوة إلى الأمام.البعد الجدلي في المنطق الحواري هو الذي يميزه عن باقي أنواع المنطق الأخرى[2].
- في المنطق التقليدي الروابط المنطقية إما تعرفها جداول الصدق كما مر بنا في نظرية النماذج أو تعرفها القواعد الاستدلالية كما هو الحال مع نظرية البرهان، بينما في المنطق الحواري تتعرف الروابط المنطقية في سياق الإعتراض والإمتناع ؛ فكل رابط منطقي (Λ، V، ~،→) يزدوج بوجهين يبين الوجه الأول كيف يمكن الاعتراض عليه أما الوجه الآخر فيبين كيف يمكن أن يُدفع عنه هذا الاعتراض. فالقضية الفصلية (أ V ب) يُعترض عليها بواسطة العبارة (V؟) التي تطلب من المدعي اثبات دعواه، فيتعين على المدعي أن يرد عن هذا الاعتراض باثبات أحد القضيتين المكونة لها إما (أ) أو (ب)، وكل رابط تحدد له القواعد الحوارية طريقة رد وطريقة الجواب عن هذا الرد.

1 ولد سنة 1914 وتوفي في سنة 1994

2 إن الأمر أشبه باللسانيات التقليدية أو لسانيات الجملة مع اللسانيات التداولية حيث يُأخذ الفاعلين بعين الاعتبار في فهم العبارة المجردة.

- في المنطق الحواري يتم تركيب القضايا بنفس القواعد التركيبية التي تحدثنا عنها في التعريف 1
- اللغة التي تُستخدم في المنطق الحواري تقوم على ما يلي:

  صيغ قضوية (أ،ب،ج...)

  روابط منطقية (∨، ∧، ∽،←)

  أسوار كلية ∀ وجزئية ∃ مع حدود terms باعتبارها متغيرات $س_1$، $س_2$ للمحاميل.

  إضافة إلى ذلك هناك رموز مساعدة تكمن وظيفتها في تنظيم الحوار من قبيل رمز (∨؟) الذي يرمز إلى الإعتراض على القضية الفصلية، والرمز (∃؟) الذي يُستخدم في الإعتراض على القضية المسورة جزئيا، وأرقام مسبوقة بعلامة الاستفهام مثل (1؟) مثلا إذا ادعى المدعي القضية الوصلية (أ ∧ ب) واعترض عليها بالرمز (1؟) فمعنى ذلك أن المعترض يطالب المدعي باثبات (أ) في القضية الوصلية السابقة، أما إذا اعترض عليه بالرمز (2؟) فإن المدعي مطالب بالدفاع عن قضيته الوصلية بإثبات (ب)...
- في المنطق التقليدي توجد قيم صدقية قبلية جاهزة لكل قضية إما صادقة أو كاذبة، فالقضية تُعالج وَفق دلالتها القضوية بغض النظر عن المستعملين للقضية. لكن مع المنطق الحواري ترتبط الصحة المنطقية باستراتيجية الربح التي يمتلكها المدعي فإذا امتلك هذا الفاعل استراتيجية ربح يدافع بمقتضاها عن قضيته ضد خصمه في جميع جولات اللعب أيا كانت تحركات الخصم فقضيته حينئذ صحيحة. في ضوء ذلك يغدو مفهوم الصحة مرتبطا بالقواعد التركيبية المقررة بين المتحاورين فيمكن للمدعي أن تكون له استراتيجية ربح في قواعد معينة لكن قد يخسر جولة اللعب في إطار قواعد أخرى، فمثلا القضية المعرفة بالثالث المرفوع (أ ∨ ∽ أ) تكون مربوحة في قواعد لعب المنطق التقليدي لكنها غير ذلك في المنطق الحدسي.
- في المنطق التقليدي هناك احتمال وحيد للقضية، أما في المنطق الحواري يمكن للمدعي أن يخسر القضية أو يربحها حسب امتلاكه لاستراتيجية ربح.

- هناك نوعان من القواعد قواعد جزئية تعرف استعمال الروابط المنطقية وكيفية الإعتراض والرد على الاعتراض، ثم قواعد بنيوية تنظم الحوار.
- كنتيجة لاستعمال القواعد الجزئية فإن بعض القضايا المسلمة في إطار المنطق التقليدي التي تُعد من البديهيات تصبح غير ذات جدوى في المنطق الحواري في صورته الحدسية، فالاستلزام (أ←ب) لا يكافئ القضية الفصلية (~أ V ب)، ومبدأ الثالث المرفوع هي قضية غير مربوحة ومن ثم غير صحيحة على عكس القضية التي تكافؤها في المنطق التقليدي (أ←أ) التي تُعد قضية مربوحة دائما.

1.6.قواعد اللعب

تنقسم قواعد المنطق الحواري التي يتوجب على المتحاورين احترامها إلى ضربين ؛ قواعد جزئية وقواعد بنيوية، عن طريق تغيير هذه القواعد أو إضافة قواعد أخرى إليها يمكن الحصول على أنواع مختلفة من المنطق الحواري، هكذا يختلف المنطق الحواري للمنطق التقليدي عن المنطق الحواري في صيغته الحدسية في قاعدة بنيوية وحيدة، ويمكن كذلك إبداع صيغة حوارية للمنطق الموجه والمنطق شبه متسق بإضافة المزيد من القواعد.

1.1.6. القواعد الجزئية

هي قواعد تحدد كيفية استعمال الروابط المنطقية والأسوار ثم تبين الوجه الذي يُسمح به للإعتراض على القضية المتضمنة للروابط فضلا عن كيفية الرد على الإعتراضات.

	الإعتراض	الرد على الإعتراض	
أ←ب	أ	ب	يُعترض على القضية الاستلزامية بإثبات مقدم الاستلزام (أ) من قبل المعترض، أما الرد على هذا الإعتراض فيكون من قبل المدعي بإثبات التالي. المدعي | المعترض أ←ب | | أ ب |
∽أ	أ	لا يوجد ما يدفع هذا الإعتراض.	يُعترض على الصيغة السالبة بإثبات عكسها، لكن لا يوجد ما يدفع هذا الإعتراض، القضية السالبة هي حالة خاصة من الاستلزام ويمكن ترجمتها إلى صيغة استلزامية على الشكل الآتي: (أ←٨) حيث يرمز ٨ إلى قيمة 'كاذب'..فإذا طبقنا عليها قاعدة الاستلزام السابقة فإن المعترض على الصيغة (أ←٨) سيثبت (أ)، بينما المدعي سيثبت ٨، وبالتالي سيخسر لأن الذي يثبت الكذب من الخاسرين. المدعي | المعترض ∽أ | | أ

أ V ب	V؟	أ ب	يُعترض على القضية الفصلية بالعبارة V؟ ثم يقوم المدعي بالدفاع إما بإثبات أحد الوجهين من القضية إما (أ) أو (ب) المدعي | المعترض أ V ب | أ | ب | V؟
أ ∧ ب	1؟ 2؟	أ ب	يُعترض على القضية الوصلية بمطالبة المدعي بإثبات الوجهين للقضية الوصلية (1؟) بالنسبة للأول وَ 2؟، فيتوجب على المدعي أن يثبت الوجهين تباعا. المدعي | المعترض أ ∧ ب | أ | 1؟ ب | 2؟
∀س فا(س)	؟ن	فا(ن)	يُعترض على القضية الكلية باختيار حد **ن** فيطلب من المدعي إثباته في كل متغير من فا(س). الرد عن الإعتراض يكون بإثبات فا(ن).فإن قدم حجة لـ فا(ن) فسيفوز بالحوار. المدعي | المعترض ∀س فا(س) | فا(ن) | ؟ن
Eس فا(س)	E؟	فا(ن)	الرد على الاعتراض على القضية الجزئية يكون بأن يختار المدعي حد **ن** من اختياره فيثبته في فا(ن). المدعي | المعترض Eس فا(س) | فا(ن) | E؟

2.1.6. القواعد البنيوية:

تنظم القواعد البنيوية مسار النقاش وتحدد الخطوات المحظورة والمسموحة، وعن طريق تغييرها يمكن الحصول على أنواع مختلفة من المنطق الحواري، لذلك سنعرض في البداية القواعد البنيوية المنظمة على مقتضى المنطق الحدسي، ثم سنتلوها بالقواعد البنيوية المنظمة حسب المنطق التقليدي.

1.2.1.6. القواعد البنيوية الخاصة بالمنطق الحدسي

ق0: (قاعدة الافتتاح)

يفتح الحوار المدعي بتحرير الدعوى التي تمثل موضوع الحوار، وكل حركة في الحوار إما أن تكون هجوما أو دفاعا. وتجدر الإشارة أنه لا يحق للمدعي أن يفتتح النقاش بصيغة ذرية[1].

ق1: لا يثبت المدعي صيغة ذرية إلا إذا سبق أن أثبتها المعارض، وعلى كل حال فالمدعي لا يحق له أن يبدأ أو يثبت صيغة ذرية إلا إذا سبق أن أدخلها المدعي في الحوار.

ق2: لكل لاعب الحق في الهجوم على ما يدعيه خصمه، فإذا كان أكثر من هجوم مفتوحا[2]، فقط يُدفع آخر هجوم.

ق3ح: يُدفع الهجوم مرة واحدة.

ق4: تُهاجم قضية المدعي مرة واحدة.

2.2.1.6. القواعد البنيوية الخاصة بالمنطق التقليدي

سنقوم بتعديل القاعدتين الثانية والثالثة لكن فقط بالنسبة للمدعي مع حفظها بالنسبة للمعترض.

ق'2: إذا فتح المدعي أكثر من هجوم، **فللمعترض** الحق أن يدفع فقط آخر هجوم[3].

---

1 والصيغة الذرية هي عبارة عن صيغة ليس فيها رابط منطقي من قبيل (أ) ، أما العبارة أ←ب فليست صيغة ذرية.

2 نتحدث عن هجوم مفتوح إذا لم يكن هناك دفاعا له مثل القضية السالبة التي تهاجم لكن لا يوجد بيد الخصم وسيلة للدفاع عنها ، مثل القضية الذرية التي لا يحق أن يهاجمها أحد.

3 أما المدعي فيمكنه أن يدفع كل هجوم للمعترض.

ق'$_{3}$ت: يدفع المعترضُ هجومَ **المدعي** مرة واحدة[1].

.2.6استراتيجية الربح والصحة المنطقية.

في إطار المنطق التقليدي يحتكم في صحة القضية من عدمها إلى جداول الصدق أو إلى نموذج تتحقق فيه القضية أما مع المنطق الحواري فإن صحة القضية مرتبطة باستاتيجية ربح التي يمتلكها المدعي ويمكن تعريف صحة القضية على الشكل الآتي:

تعريف 24 : تكون القضية صحيحة في المنطق الحواري إذا امتلك المدعي P استراتيجية ربح ؛ حيث إذا استطاع المدعيP أن يدافع عن قضيته -حسب القواعد المتفق عليها في الحوار- ضد كل هجوم محتمل من قبل خصمه O.

في هذا التعريف قمنا بتقييد استراتيجية الربح بالقواعد المتفق عليها، ذلك أن المدعي P في سياق حواري معين (تقليدي أو حدسي...) يمكنه أن يفوز على خصمه مهما تكن تحركاته، ومن ثم يمتلك استراتيجية ربح، لكن في سياق آخر -مع قواعد بنيوية أخرى- قد يخسر الحوار بنفس القضية (انظر المثال 42).

في ضوء هذا التعريف تتغير صحة القضية حسب قواعد اللعب فإذا لعب المدعي بحجة الثالث المرفوع في ظل قواعد المنطق التقليدي فإن حجة الثالث المرفوع صحيحة أما إذا لعبها في قواعد المنطق الحدسي فإن الحجة غير صحيحة.

.3.6أمثلة مع الشرح :

مثال 39 : ~ (أ ^ ~أ)

	المدعيP	المعترضO	
1	~ (أ ^ ~أ)		في هذا المثال قام المدعي بافتتاح الحوار بتقرير القضية الآتية : ~ (أ ^ ~أ)
2	؟1	(أ ^ ~أ)	اعترض O على القضية باثبات نقيض (أ ^ ~أ)، لكن المدعي P هاجمه بمطالبته بإثبات أ.
3	؟2	أ	ردا على هجوم P قام O باثبات أ، فعاود P الهجوم على O بمطالبته أن يثبت ~أ الثانية

1 أما المدعي فيمكنه أن يدفع هجومات المعترض أكثر من مرة.

	المدعيP	المعترضO	
4	أ	~أ	ردا على الهجوم قام O باثبات ~أ، فعارضه P باثبات أ (نقيض ~أ). وبما أن O قد سبق أن أثبت (أ) في السطر (3) فقد فاز المدعي P عليه، لو طالب O خصمه P أن يقدم برهانا لـ (أ) فإنه أولى أن يثبت هو ما قد سبق أن أثبته.

يتبين من هذا المثال أن المدعي P حاصر المعترض O من كل الجهات وبالتالي فإن المدعي P يملك استراتيجية ربح في كل مرة يتحرك فيها .O

مثال 40 : ∽∀س ∽فا(س)←E س فا(س)

	المدعي	المعترض	
1	∽∀س ∽فا(س)←E س فا(س)		يفتتح المدعي النقاش
2	∀س ∽فا(س)	∽∀س ∽فا(س)	يهاجم المعترض O القضية المطروحة للنقاش، لكن المدعي لم يدافع عن قضيته إنما سلك مسلكا آخر وهو مهاجمة O باثبات عكس القضية ∽∀س ∽فا(س)
3	∽فا(ن)	ن؟	المعترضO بما يملكه من حقوق هاجم ∀س ∽فا(س) مقترحا عليه ان يثبتها بـحد اختاره له وهو ن، فرد عليه المدعي مثبتا إياه ∽فا(ن)
4	Eس فا(س) (1)	فا(ن)	هاجم المعترض O المدعيP باثبات فا(ن)، فرجع P ودافع عن القضية البدئية الاولى 1 بالتشبث بـ Eس فا(س)
5	فا(ن)	E؟	O له الحق أن يستفسر عن القضية الجزئية E؟، أخيرا يفوز P لأنه أثبت شيء سبق أن أثبته O سابقا في السطر الرابع.

ومن ثم نخلص إلى أن P انتصر في قضيته.

مثال 41 : أ←(ب←أ)

	المدعي P	المعترض O	
1	أ←(ب←أ)		
2	ب←أ	أ	يعترض O باثبات مقدم الاستلزام أ، فيقوم المدعي P بالدفاع عن طريق اثبات التالي ب←أ
3	أ	ب	مرة أخرى يعترض O على ب←أ باثبات ب فيرد عليه P بـ(أ) فيربح P القضية لأن O قد سبق أن أثبتها.فلو طالبه بدليل فأولى أن يتقدم به هو نفسه.

كيف تُطبق القواعد البنيوية بالنسبة للتقليدي والحدسي؟

مثال 42 : مبدأ الثالث المرفوع أ V ∽أ

في هذا المثال سنبين كيف تختلف استراتيجية الربح بالنسبة للاعب في المنطق التقليدي والحدسي، فقد سبق أن بينا أن المنطق الحدسي لا يعترف بمبدأ الثالث المرفوع (أ V ∽أ)، ومن ثم فإن المدعي في إطار الثالث المرفوع لا يملك استراتيجية ربح لهذا المبدأ، بينما في إطار المنطق التقليدي يملك استراتيجية ربح لهذا المبدأ ولأجل بيان هذا الاختلاف سنطبق القاعدة البنيوية الحدسية **ق'**$_3$ح على الثالث المرفوع فنحصل :

	المدعي	المعترض
1	أ V ∽أ	
2	∽أ	V؟
3		أ

فقد هُزم المدعي ولا يقدر أن يتقدم خطوة إلى الأمام، لأن الهجوم الذي قام به المعترض (V؟) يُدفع مرة واحدة.

لكن إذا أعملنا القاعدة ق3ت فإن للمدعي الحق أن يهاجم المعترض أكثر من مرة وبالتالي نحصل على النتيجة الآتية:

	المدعي P	المعترض O	
1	أ V ~أ		
2	~أ	V؟	هاجم المعترض أطروحة المدعي فاختار المدعي أن يدافع عن ~أ
3	أ (2)	أ	هاجم المعترض ~أ باثبات نفيها أ لكن المدعي لا يحق له أن يهاجم أ لأنها قضية ذرية، فرجع المدعي ودافع مجددا عن هجوم المعترض V؟ أعلاه باثباته أ، ومتى علمنا أن أ قد سبق أن أثبتها المعترض فإن المدعي P سيفوز بالجولة. عودة المعترض للدفاع عن شيء قد سبق أن هُوجم مسموح به فقط في إطار المنطق التقليدي عملا بالقاعدة ق3ت

انظر في السطر الثالث عاد المدعي فدافع عن هجوم المعترض V؟ مرة أخرى، الشيء الذي لم يكن مسموحا به في القاعدة الحدسية ق3ح**التي تقول أن الهجوم يُدفع مرة واحدة**. وبالتالي يصبح فائزا بالجولة أي امتلك استراتيجية ربح للثالث المرفوع (أ V ~أ)

مثال 43 : النفي المضاعف ~ ~ أ ←أ

هذا المبدأ لا يعترف به المنطق الحدسي وبالتالي فإن المدعي لا يملك له استراتيجية ربح ويرجع سبب ذلك إلى تطبيق القاعدة البنيوية ق2.

ق2: لكل لاعب الحق في الهجوم على ما يدعيه خصمه، فإذا كان أكثر من هجوم مفتوحا[1]، فقط يُدفع آخر هجوم.

1 نتحدث عن هجوم مفتوح إذا لم يكن هناك دفاعا له مثل القضية السالبة التي تهاجم لكن لا يوجد بيد الخصم وسيلة للدفاع عنها ، مثل القضية الذرية التي لا يحق أن يهاجمها أحد.

	المدعي P	المعترض O	
0	~ ~ أ ←أ		
1	~ أ	~ ~ أ	هاجم المعترض O القضية الاستلزامية ~ ~ أ ←أ باثبات المقدم ~ ~ أ، وبدوره هاجم Pالمقدم بـ ~ أ
2		أ	هاجم المعترضO ~ أ باثبات القضية الذرية أ، هناك هجومان مفتوحان للمعترض الأول (1) هو ~ ~ أ أما الهجوم المفتوح الثاني (2) هو أ. وبما أن المعترض لا يحق له إلا أن يدافع عن آخر هجوم- حسب **ق**2 – وبما أن آخر هجوم هو أ لا يقبل أن يدفع حسب القاعدة الجزئية للنفي فإن المدعي هُزم في الجولة.

في المنطق التقليدي الأمر سيختلف لأن القاعدة الثانية المعدلة تسمح للمدعي أن يدافع عن كل هجوم للمعترض وبالتالي سيُسمح له بأن يدافع عن الهجوم ~ ~ أ باثبات التالي أ.

	P	O	
0	~ ~ أ ←أ		
1	~ أ	~ ~ أ	هاجم المعترض القضية الاستلزامية ~ ~ أ ←أ باثبات المقدم ~ ~ أ، وبدوره هاجم المدعي P المقدم بـ ~ أ
2	أ	أ	هاجم المعترض ~ أ باثبات القضية الذرية أ، هناك هجومان مفتوحان للمعترض الأول (1) هو ~ ~ أ أما الهجوم المفتوح الثاني (2) هو أ.وبما أن المدعي يحق له ان يدافع عن أي هجوم-حسب **المنطق التقليدي** – فإن المدعي سيدافع عن أ أي عن تالي القضية الاستلزامية ~ ~ أ ←أ.ومن ثم سيفوز بالحوار لأن سبق أن أثبت ما أثبته المعترض فإذا طالبه بالدليل فأولى يقدم المعترض نفسه دليل ماسبق أن أثبته.

تمرين 3 : ما هي حظوظ المدعي في ربح القضية الآتية:

1. ~أ V (أ←أ)

ا

هناك حالتان في الحالة الاولى يفوز فيها المدعي حسب قواعد المنطقين التقليدي والحدسي وهي كالآتي:

	المدعي	المعترض
1	~أ V (أ←أ)	
2	أ←أ	V؟
3	أ	أ

أما في الحالة الثانية فإن المدعي يفوز في الحوار حسب المنطق التقليدي لكنه يخسر النقاش إذا تقيد بالمنطق الحدسي.

	المدعي	المعترض
1	~أ V (أ←أ)	
2	~أ	V؟
3		أ

تمرين 4 : برهن على قانون بيرس Peirce's law

يتخذ قانون بيرس الشكل: ((أ⟸ب)⟸أ)⟸أ ويُعتبر هذا القانون بمثابة قانون الثالث المرفوع في صيغة لزومية.هذا القانون غير معترف به حدسيا ويمكن التأكد من ذلك باستعمال الحوار الآتي:

	المدعيP	المعترضO	
1	((أ⟸ب)⟸أ)⟸أ		
2	أ⟸ب	(أ⟸ب)⟸أ	يهاجم O ما طرحه P بـالتسليم جدلا بالمقدم ((أ⟸ب)⟸أ)، لكن بدل أن يرد P ويدافع هاجم المدعي ما سلم به O بالتسليم بـ أ⟸ب
3	أ	أ	هاجم O أطروحة المدعي بـــ(أ). هناك هجومان مفتوحان لــO الأول هو : 2 والثاني هو : 3. حسب المنطق الحدسي لايجوز لـP أن يرد فقط على الهجوم الأخير أي 3.ومن ثم ليست له فرصة للفوز وسيخسر الجولة. لكن بحسب المنطق التقليدي يمكن لــP أن يرد على أي هجوم ومن ثم يجوز له أن يدفع هجوم الأول2 باثبات أ، فإذا أثبت أ يمكنه الفوز بالجولة.

نستنتج من ذلك أن المدعي استطاع أن يدافع عن أطروحته في المنطق التقليدي لكنه لم يستطع ذلك في المنطق الحدسي.

تمرين 5 : باستعمال قواعد الحوار الخاصة بالمنطق التقليدي برهن على الصيغ الآتية:

1. ∽∽أ V ∽أ
2. (أ⟸ب) V (ب⟸أ)
3. ∽(∽أ Λ ∽ب) ⟸ (أ V ب)
4. ∽(∽أ V ∽ب) ⟸ (أ Λ ب)

الجواب:

- اثبات ~~أ V ~أ

	المدعيP	المعترضO	
1	~~أ V ~أ		
2	~أ	V؟	طالب O المدعيَ باثبات القضية الفصلية، للمدعي الحق في الاختيار إما أن يثبت ~~أ أو يثبت ~أ، لكنه اختار أن يثبت الأخيرة.
3	~~أ	أ	هاجم المعترض بـ أ، استخدم المدعيP في هذه اللحظة حق الدفاع عن هجوم المعترض أكثر من مرة فرجع P ودافع مرة أخرى عن V؟
4	أ	~أ	هاجم O باثبات نقيض ~~أ وهو ~أ، بعد ذلك هاجم P المعترض باثبات نفي القضية باثبات أ ففاز بالجولة لأن المعترض سبق أن أثبتها.

- اثبات (أ⟸ب) V (ب⟸أ)

	المدعيP	المعترضO	
1	(أ⟸ب) V (ب⟸أ)		
2	أ⟸ب	V؟	طالب O المدعيَ باثبات القضية الفصلية، المدعي له الحق في الاختيار فاختار باثبات أ⟸ب.
3	ب⟸أ	أ	هاجم O خصمه P بالتسليم جدلا بـ(أ). استخدم المدعي في هذه اللحظة حق الدفاع عن هجوم المعترض أكثر من مرة فرجع P ودافع مرة أخرى عن V؟ وذلك باثبات ب⟸أ.
	أ	ب	هاجم O المدعي بالتسليم جدلا بــ(ب)، دافع P عن الهجوم بثبات أ ففاز بالحوار.

- اثبات ∽(∽أ ∧ ∽ب) ⟸ (أ ∨ ب)

	المدعيP	المعترضO
1	∽(∽أ ∧ ∽ب) ⟸ (أ ∨ ب)	
2	∽أ ∧ ∽ب	∽(∽أ ∧ ∽ب)
3	∽أ	؟1
4	∽ب	؟2
	أ ∨ ب	ب
	ب	؟∨

استطاع P أن يدافع عن قضيته ∽(∽أ ∧ ∽ب) ⟸ (أ ∨ ب) وصد هجوم المعترض O وبالتالي فإن القضية صحيحة

- اثبات ∽(∽أ ∨ ∽ب) ⟸ (أ ∧ ب)

	المدعيP	المعترضO
1	∽(∽أ ∨ ∽ب) ⟸ (أ ∧ ب)	
2	∽أ ∧ ∽ب	∽(∽أ ∧ ∽ب)
3	∽أ	؟1
4	∽ب	؟2
	أ ∧ ب	ب
	أ	؟1
	ب	؟2

تمرين 6 : باستعمال قواعد الحوار الخاصة بالمنطق الحدسي برهن على الصيغ الآتية:

1. ∽E س أ(س) ⟷ ∀س~أ(س)
2. ~ ~∀س أ(س) ⟷ ∀س ~ ~أ(س)
3. ∽ ∽E س أ(س) ⟷ ~∀س~أ(س)

الجواب:

- ∽E س أ(س) ↔ ∀س~أ(س)

من أجل اثبات (∽E س أ(س) ↔ ∀س~أ(س)) سنبرهن على ∽E س أ(س) ⟸ ∀س~أ(س) وَ على ∀س~أ(س)⟸ ∽E س أ(س) في جدولين مستقلين:

✓ اثبات ∽E س أ(س) ⟸ ∀س~أ(س)

	المدعيP	المعترضO	
1	∽E س أ(س) ⟸ ∀س~أ(س)		
2	E؟	∽E س أ(س)	هاجم المدعي باستفسار المعترض عن ∽E س أ(س)
3	∀س~أ(س)	∽أ(ن)	دافع المعترض o بـــ ∽أ(ن). دافع المدعي سابق هجوم o على القضية البدئية
4	~أ(ن)	ن؟	استفسر المعترض o المدعي، فأجابه بـــ~أ(ن)
	أ(ن) [3]	أ(ن)	هاجم المعترض بإثبات العكس. هنا سينتهي النقاش بفوز المدعي وذلك بالهجوم على قضية المعترض في السطر [3]

في هذه الحالة نقول أن المدعي قد دافع بنجاح عن قضيته ومن ثم نستنتج أن القضية مربوحة باتباع قواعد الحدس الحواري.

✓ اثبات ∀س~أ(س)⟸ ~E س أ(س)

	المدعيP	المعترضO	
1	∀س~أ(س)⟸ ~E س أ(س)		
2	~E س أ(س)	∀س~أ(س)	
3	؟E	E س أ(س)	
4	؟ن [2]	أ(ن)	هاجم المدعي قضية المعترض (∀س~أ(س)) في السطر الثاني [2].
	أ(ن)	~أ(ن)	هاجم المدعي ثم حسم النقاش لأن المعترض سبق أن أثبت أ(ن) في السطر الرابع.

قمنا باثبات الصيغتين أ(س) ⟸ ∀س~أ(س) / ∀س~أ(س)⟸ ~E س أ(س) ومن ثم نخلص إلى كون ~E س أ(س) ↔ ∀س~أ(س) صحيحة

- اثبات ~ ~∀س أ(س) ↔ ∀س ~ ~أ(س)

من أجل اثبات (~ ~∀س أ(س) ↔ ∀س ~ ~أ(س)) سنبرهن على ~ ~∀س أ(س) ⟸ ∀س ~ ~أ(س) وَ على ∀س ~ ~أ(س)⟸ ~ ~∀س أ(س) في جدولين مستقلين:

✓ ~ ~∀س أ(س) ⟸ ∀س ~ ~أ(س)

	المدعيP	المعترضO
1	~ ~∀س أ(س) ⟸ ∀س ~ ~أ(س)	
2	∀س ~ ~أ(س)	~ ~∀س أ(س)
3	~ ~أ(ن)	؟ن
4	~∀س أ(س)	~أ(ن)
	؟ن	∀س أ(س)
	أ(ن) [4]	أ(ن)

✓ اثبات ∀س ~ ~أ(س)⟸ ~ ~∀س أ(س)

	المدعيP	المعترضO
1	∀س ~ ~أ(س)⟸ ~ ~∀س أ(س)	
2	~ ~∀س أ(س)	∀س ~ ~أ(س)
3	؟ن [2]	~∀س أ(س)
4	~أ(ن)	~ ~أ(ن)
	∀س أ(س) [3]	أ(ن)
	أ(ن)	؟ن

- اثبات ∽ ∽E س أ(س) ⟷ ~∀س~أ(س)

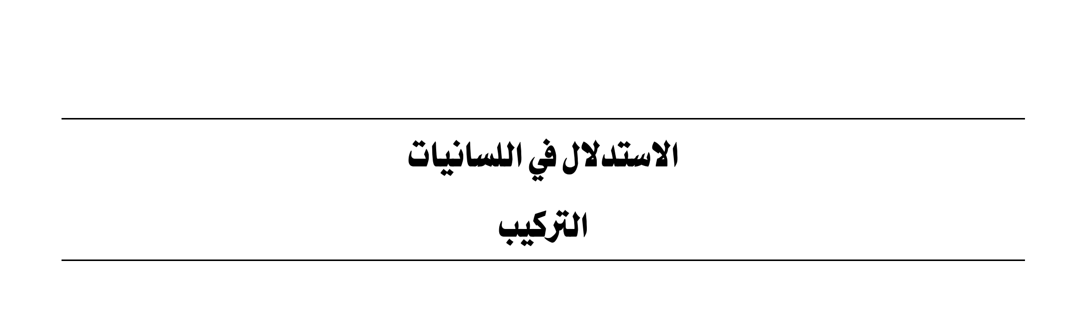
من أجل اثبات (∽ ∽E س أ(س) ⟷ ~∀س~أ(س)) سنبرهن على ∽ ∽E س أ(س) ⟸ ~∀س~أ(س) وَ على ~∀س~أ(س) ⟸ ∽ ∽E س أ(س) في جدولين مستقلين:

✓ ∽ ∽E س أ(س) ⟸ ~∀س~أ(س)

	المدعيP	المعترضO
1	∽ ∽E س أ(س) ⟸ ~∀س~أ(س)	
2	~∀س~أ(س)	∽ ∽E س أ(س)
3	؟ ن	∀س~أ(س)
4	∽E س أ(س) [2]	∽أ(ن)
5	؟E	E س أ(س)
6	أ(ن) [4]	أ(ن)

✓ ~∀س~أ(س) ⟸ ∽ ∽E س أ(س)

	المدعيP	المعترضO
1	~∀س~أ(س) ⟸ ∽ ∽E س أ(س)	
2	∽ ∽E س أ(س)	~∀س~أ(س)
3	∀س~أ(س)[2]	∽E س أ(س)
4	~أ(ن)	؟ ن
5	E س أ(س) [3]	أ(ن)
6	أ(ن)	E؟



الاستدلال في اللسانيات

التركيب

مدخل نظري

في سنة 1900 ميز هلبرت في مقالة شهيرة (Vber den Zahlbegriff)[1] بين طريقتين في توصيف مجموعة الأعداد الطبيعية : طريقة توليدية genetic method وطريقة أكسيومية axiomatic method [2].

تتلخص الطريقة التوليدية في معالجة الأعداد من حيث كونها مولدة بواسطة إجراء أو عملية من قبيل الإجراء الذي يُسمى في الرياضيات بالاستقراء الرياضي الذي نعرفه عبر ثلاث خطوات أساسية:

تعريف 25 (الاستقراء الرياضي)

أ. الصفر عدد صحيح طبيعي

ب. إذا كان n عددا صحيحا طبيعيا فإن n+1 عدد صحيح طبيعي ا.

ت. لا أعداد خارج الخطوتين أ وَ ب.

يجد هذا الاستقراء مبرره المنطقي في قاعدة اشتقاقية معروفة وقفنا عندها في نظرية البرهان وهي قاعدة إثبات التالي:

$$\frac{P(n) \wedge (P(n) \Rightarrow P(n+1))}{P(n+1)}$$

1 William Bragg Ewald (ed.), From Kant to Hilbert: A Source Book in the Foundations of Mathematics. Oxford University Press. pp. 2--1089 (1996)

2يقول كلين عن الطريقتين في كتابه المدخل إلى الرياضيات الفوقية :

« «Systems of objects are introduced in mathematics under two contrasting methods or points of view (cf. Hilbert 1900). The genetic or constructive method is illustrated by the inductive definition of the natural numbers . There we conceived of the natural numbers as being generated or constructed in a certain orderly manner. (This did not prevent our treating them abstractly.) In the axiomatic or postulational method, on the other hand, some propositions, called axioms or postulates, are put down at the outset as assumptions or conditions on a system 5 of objects. The consequences of the axioms are then developed as a theory about any existing system S of objects which satisfies the axioms."

يمكن لهذا الإجراء أن يولد جميع الأعداد الصحيحة الطبيعية، لنفترض أن P محمول يعني (---عدد طبيعي)، هكذا بالانطلاق من الخطوة الأولى (الصفر عدد صحيح طبيعي) يمكن الوصول إلى جميع الأعداد الصحيحة الطبيعية عن طريق تطبيق بشكل متكرر الخطوة الثانية:

$$\dfrac{\dfrac{P(2) \Leftarrow P(1) \wedge P(1) \qquad \dfrac{P(1) \Leftarrow P(0) \wedge P(0)}{P(1)}}{P(2)} \qquad P(3) \Leftarrow P(2) \wedge P(2)}{P(3)}$$

إلى ما لانهاية

أما الطريقة الأكسيومية فتعود إلى أقليدس استعان بها في صورنة الهندسة ؛ فمن مسلمات معدودة يمكن اشتقاق عدة مرهنات، تفترض هذه الطريقة وجودا قبليا لجميع العناصر ثم تشرع في وضع قيود قبلية، ينبغي على هذه العناصر أن تستوفيها. وسنعطي نبذة عن هذه القيود من خلال المسلمات الآتية:

إذا افترضنا أن: أ، ب، ج أعدادا طبيعية فإنها تستوفي الشروط الآتية؛

- إذا كان أ = ب فإن أ + ج = ب + ج
- إذا كان أ< ب فإنه يوجد رقم ج يحقق أ +ج = ب
- يوجد عدد صفر يحقق ما يلي: أ + 0 = أ وَ 0 + أ = أ
- إذا كان أ > ب وَ ب > ج فإن أ > ج.

في ضوء هذا التمييز يمكن الحديث عن أسلوبين في معالجة الموضوعات اللغوية :

- أسلوب توليدي[1] يتمثل في اللسانيات التوليدية حيث اعتبر تشومسكي أن اللغة عبارة عن مجموعة من البنيات الهرمية اللغوية مُولدة بإجراء أو عمليات

1 يسمى أيضا بالمقاربة الاشتقاقية

تكرارية[1]، هذا الإجراء يُسمى في اللسانيات بالنحو التوليدي "generative grammars" الذي ينهض بمهمة تَعداد enumerate جميع عناصر مجموعة العبارات السليمة، في البرنامج الأدنوي -الذي يُعتبر آخر صيغة للنحو التوليدي- توجد عملية تكرارية تُسمى بالدمج تأخذ عنصرين أو موضوعين تركيبيين أ وَ ب ثم تدمجهما في موضوع تركيبي وحيد مولدة مجموعة { أ، ب } تلبي حاجيات النسقين: التصوري والحس-الحركية، وقد ميزت الأدبيات التوليدية بين صيغتين من عملية الدمج: دمج خارجي ثم داخلي.

- أسلوب قيدي يفرض قيودا وضرائرَ على البنيات اللغوية دون الاهتمام بطريقة تولدها ويتمثل في فئة من الأنحاء يندرج ضمنها النحو العلاقي أو الاعتمادي الذي سنقف عليه في الفصل القادم، هذا الأسلوب يدرس البنيات اللغوية السليمة من حيث كونها تستجيب لمجموعة من الشروط المعيارية ولا يولي أهمية لطريقة تولدها، أما عن سبب تسميتها بالأسلوب القيدي فلأنه يفرض على العبارات سليمة التركيب قيودا يتعين أن تلبيها، مثلا إسناد النصب إلى المفعول ينبغي أن يتقيد بالشرط الآتي:

إذا كان س متعديا فاعله إلى مفعول فإن المفعول منصوب

1 the recursive procedure P to be a function on the integers, its range R = {P(n)}, the set of objects enumerated by P. In the interesting cases, R is infinite, but it could be finite (or null). We are concerned with a special case of recursive procedures, generative grammars Gi, each of which enumerates a set of hierarchically structured expressions, assigning to each a symbolic representation at two interfaces, the sensorimotor interface SM for external realization ER and the conceptual-intentional interface CI for what is loosely termed thought: interpreting experience, reflection, inference, planning, imagining, etc. In this respect each Gi can be regarded as an instantiation of the traditional Aristotelian conception of language as sound with meaning (though sound is now known to be only a special case of ER.

وجد كلا الأسلوبين في الرياضيات منطلقا وإطارا فكريا، بالنسبة لتشومسكي فتأثير "اميل بوست" عليه كان واضحا، فكثيرا ما يوظف تشومسكي مفهوم 'المجموعة المحصاة تكراريا' حيث تقوم دالة بتوليد عناصرها، فهذا المفهوم أول من أدخله هو العالم الرياضي 'تشورش' ثم انتقل إلى 'اميل بوست' وأخيرا استقر لدى تشومسكي.

في هذا الكتاب سنقف عند الأسلوبين معا لكن اخترنا التكرارية مدخلا لدراسة الأسلوب التوليدي باعتبار التكرار خاصية أساس للعمليات التوليدية، فاللغة حسب تشومسكي هي عبارة نظام تكراري يلبي متطلبات الوجائه وقد اختصر تشومسكي تفاعل اللغة مع الوجائه في المعادلة الآتية؛

- 34- اللغة = تكرار + وجائه

أما فيما يتعلق بالأسلوب الثاني فقد قمنا بدراسته من خلال النحو الاعتمادي.



التكرار في النظرية التوليدية

7-التكرار في النظرية التوليدية.

يحاول هذا الفصل فهم التداخلات البينية بين المنطق-الرياضي واللسانيات الحديثة، في أفق تقديم فهم أعمق لتطور النظريات اللسانية التي نسجت علاقات وطيدة مع العلوم الصورية، يسعى الفصل إلى رصد علاقة اللسانيات التوليدية بالمنطق الرياضي من خلال مفهوم التكرارية (أو التراجعية)recursivity ، ومسوغ اهتمامنا بالتكرارية يعود إلى كون التكرار يحظى بأهمية كبيرة في النظرية التوليدية فهو المكون الرياضي الوحيد الذي حافظ على ثباته في مختلف أطوار هذه النظرية بل يؤكد تشومسكي، في أكثر من موضع من أعماله المختلفة، أن النظرية التوليدية ما هي إلا امتداد للنظرية التكرارية الرياضية، ومع مركزيته في دراسة اللغة الطبيعية فإن التكرار ظل غير محدد في تعريفه ما فتح تأويلات كثيرة ولا أدل على ذلك من السؤال الذي أثاره 'افيريت دافيد' والذي نصوغه كالآتي:

- 35 - هل لغة البيرها تكرارية؟

فلا يمكن أن نقدم إجابة صحيحة ما لم نحدد معنى التكرار ؟ وما المقصود به في الأدبيات اللسانية التوليدية ؟

وسيتبين من خلال هذا المبحث أن هذه الأسئلة تلقى إجابات مختلفة حسب ما نعنيه بالتكرار.

تعتبر 'البيراها PIRAHÃ ' من أغرب لغات العالم وأكثرها جدلا باعتبارها لغة تفتقد إلى ما يسمى في اللسانيات بالجملة المدمجة[1] أي إدماج جملة في جملة أخرى من قبيل:

- 36 -رأى منير أحمد [يأكل التفاحة]

فجملة (يأكل التفاحة) أدمجت في جملة أوسع، تمثل هذه الخاصية اللغوية مظهرا من مظاهر آلية ذهنية تُنعت بالتكرار (أو التراجع) وتمثل حجر أساس نظرية تشومسكي التوليدية، ومن اللسانيين من جعلها ميزة خاصة ينفرد بها النوع البشري

---

1 أو إدماج مركب في آخر من نفس النوع.

عن باقي الكائنات الحية القريبة حيث أكد مقال مشترك لتشومسكي وهاوسر وفيتش[1] أن الملكة اللغوية بمعناها الضيق[2] 'تحتوي فقط على التكرار وهو المكون الوحيد الذي يميز الملكة اللغوية البشرية'[3].

لكن هذه الخاصية اللغوية التي يعتبرها البعض ركيزة من ركائز النحو الكلي تعرضت لموجة شديدة من الانتقادات حيث اكتشف 'افيريت دافيد Daniel L. Everett ' أن لغة 'البيراها' تفتقد هذه الظاهرة، ومن ثم شكك في كونية 'التكرار' بوصفه خاصية من خصائص العمليات الذهنية التي تبني اللغة البشرية[4].

سنسعى في هذه الدراسة إلى توضيح ثلاثة أمور:

الأمر الأول أن السؤال الذي صدرنا به المقال 'هل لغة البيراها تكرارية؟' يلقى إجابات مختلفة داخل الإطار التوليدي حسب النموذج المتبنى وحسب ما يعنيه كل لساني من التكرار، فالأدبيات التي تعالج الموضوع تختلف في تعريفه، وهذا من بين الأسباب الذي أدى إلى أجوبة مختلفة للسؤال الذي صدرنا به المقال.

الأمر الثاني، تبعا للتطور الحاصل في النظرية التوليدية يمكن التمييز بين نوعين من التكرار؛ تكرار بنيوي وهو التكرار الذي يتجلى في الجملة (– 36–) وهو التكرار الذي رصد غيابه 'ايفيريت دافيد' في لغة 'البيراها'، أما النوع الثاني من التكرار هو تكرار إجرائي تُوصف به العمليات المسؤولة عن توليد اللغة وهي عملية الدمج اللغوية merge.

الأمر الثالث أنه من أجل تحديد التكرار وكذلك الجواب عن السؤال السابق اقتضى منا ذلك الرجوع إلى الأدبيات التي استقى منها تشومسكي مفهوم التكرار

---

1 Hauser Chomsky& Fitch (2002).,

2 يميز أصحاب المقال بين الملكة اللغوية بمعناها الواسع حيث تتضمن المكون الحاسوبي والوجائه التصورية والحس-الحركية وبين المكلة اللغوية بمعناها الضيق حيث تنحصر فقط في المكون التركيبي.

3 Hauser Chomsky& Fitch (2002):"the narrow language faculty only includes recursion and is the only uniquely human component of the faculty of language.

4 Daniel L. Everett [2005] :' One more unusual feature of Piraha˜, perhaps the strangest of all, is the absence of clear evidence for embedding'

أقصد النظرية التكرارية في الرياضيات، فمن المعلوم أن تشومسكي أخذ الكثير من هذه النظرية عن طريق العالم الرياضي 'اميل بوست'، فالعمليات التكرارية هي المسؤولة عن توليد مجموعة العبارات السليمة كما هي مسؤولة عن توليد مجموعة الأعداد الصحيحة، لكن تشومسكي أولى اهتماما خاصا لنوع محدد من العمليات التكرارية أي تلك التي تختص بتوليد بنيات لغوية هرمية باعتبار خاصية الهرمية هي التي تميز المعطيات اللغوية.

1.7-مفهوم التكرار (أو التراجع)

تُرجم مفهوم recursivity في اللغة العربية بلفظتين مختلفتين فتارة تُرجم تحت اسم التكرار في الأدبيات اللسانية وتارة أخرى تُرجم بلفظة التراجع في مقرر الرياضيات للتلاميذ المستوى الثانوي، إن الترجمتين، في الواقع، تعكسان طريقتين في التفكير في الموضعات اللسانية والرياضية ؛ فالرياضيون الذين ترجموا للمصطلح في مقرر الرياضيات ركزوا على الجانب الآلي في اللفظ المترجم[1]، بينما الترجمة اللسانية فركزت على المعطى اللغوي أكثر من تركيزها على الأدوات التي أنتجت هذه المعطيات[2]، في هذه الدراسة سنحتفظ بلفظة التكرار مع أن التراجع أنسب للمعنى الاصطلاحي ودواعي اختياري للتكرار هو الاحتفاظ بما شاع تداوله من قبل اللسانيين.

يعرف جاكندوف وبنكر التكرار[3] بكونه:

---

1 جاء في تعريف المتتالية التراجعية أنها متتالية معرفة على N بعلامة تسمح بتعيين كل حد منها انطلاقا من حدود سبق معرفتها مثال: Un متتالية معرفة على N بالعلاقة التراجعية

$U0 = 3$

$Un+1 = 4Un - 6$

2 لكن اغرب ترجمة لهذا المصلح نجدها لدى حميدي يوسف –مجلة اللسانيات–العدد 44 حيث يترجمها بالإطالة .ووقفت عند ترجمة اخرى للمفهوم وهي الاطراد .

3 Steven Pinker ,Ray Jackendoff [2005].

تعريف 26 : إجراء يستدعي نفسه، أو مكون يتضمن مكونا آخر من نفس النوع[1]

يتضمن هذا النص معنيين مختلفين للتكرار المعنى الأول ألمح إليه في التعريف بالإجراء، بينما أشير إلى المعنى الثاني بتضمن مكون مكونا آخر من نفس النوع.

سنسمي المعنى الأول للتكرار بالإجرائي باعتباره وصفا لآلية ذهنية تركيبية تفضي إلى تكون التكرار في المعطيات اللغوية، أما النوع الثاني للتكرار فندعوه باسم التكرار البنيوي وهو تكرار ليس بالضرورة أن تفضي إليه آلية تكرارية، ذلك أن قواعد إعادة الكتابة التي شاعت في النماذج التوليدية القديمة منها ما يؤدي إلى التكرار ومنها ما لا يؤدي إليه، فالقاعدة (– 37–) التي تفضي إلى إنتاج الجملة السابقة (– 36) تتضمن تكرارا حيث ج (الذي يرمز إلى الجملة على يمين السهم أدت إلى اشتقاق جملتين (ج ج) فتكرر بذلك الرمز على يمين ويسار الرمز، لكن القاعدة (– 38) التي تؤدي إلى اشتقاق المركب الحدي من قبيل (التفاحة) ليست قاعدة تكرارية لأن الرموز على يمين السهم لا تتكرر على يساره.

– 37– ج ← ج ج

– 38– مركب_حدي ← حد مركب_اسمي

والذي يؤكد ما ذهبنا إليه أن بعض اللسانيين[2] يميز بين تكرار اشتقاقي[3] وبين تكرار[4] تمثيلي[5]

---

1 "Recursion refers to a procedure that calls itself, or to a constituent that contains a constituent of the same kind." Steven Pinker ,Ray Jackendoff [2005].

2 Koji Fujita , Recursive Merge and Human Language Evolution in Recursion: Complexity in Cognition . Tom Roeper Margaret Speas Editors

3 derivational recursiveness

4 representational recursiveness

5 Koji Fujita :'What is crucial here is the distinction between what may be called "derivational recursiveness" and "representational recursiveness"; the former refers to the property of an operation applying to its own output, the latter to the (concomitant) property of self-embedding that one may find in the resulting phrase structure'

يعود مصطلح التكرارية إلى أصول رياضية لا تخفى على أحد من الدارسين وقد أكد ذلك تشومسكي في أكثر من مناسبة، ففي رده على 'سايمور بابيرت' قال تشومسكي أن النحو التوليدي "يندرج ضمن نظرية رياضية خاصة يتعلق الأمر بنظرية الدوال التكرارية[1]، وأن هذه النظرية تمنحنا الإطار النظري الذي يسمح لنا بدراسة البنيات اللسانية"[2].

ويجدر بنا التذكير أن النظرية التكرارية التي أشار إليها تشومسكي نشأت ما بين 1930 و1940 على يد كل من 'كودل Gödel '، 'ألونزو تشورش Church '، 'روزا بيتر Rozsa Peter '، 'ألان تيرين Turing '، ستيفان كلين Kleene '، و'إيميل بوستEMIL L. POST '، هؤلاء اشتغلوا على نوع خاص من الدوال تُوصف بالتكرارية recursivity، وقد لعبت هذه الدوال دورا هاما في تأسيس المنطق الرياضي،وقد وظفت بشكل فعال في دراسة مشكلة معروفة في الرياضيات وهي مشكلة القابلية للبت وقد استعملها "كودل" في البرهنة على عدم اكتمالية الأنساق الحسابية Gödel's incompleteness theorems، لكن هناك اختلاف في الدراسات التي عُنيت بدراسة التكرار ما يجعلنا نتساءل عن نوع التكرار الذي انتقل إلى اللسانيات.انتقلت فكرة التكرارية، في الخمسينيات من القرن العشرين، عن طريق 'إيميل بوست'[3] إلى تشومسكي حيث وظفها في دراسة البنيات التركيبية من خلال ما يُسمى بقواعد إعادة الكتابة وهي قواعد كما يدعي تشومسكي تصف المقدرة اللغوية في إنتاج الكلام.

---

1 يمكن ترجمتها أيضا بالعودية ، أو بالتراجعية.

2 Massimo Piattelli-Pamarini , théorie du langage théorie de l'apprentissage p.158. : « la théorie des structures développée dans la grammaire générative s'inscrivait dans une théorie mathématique particulière à savoir la théorie des fonctions récursives . autrement dit , la théorie des hiérarchies sous-récursives offrait précisément le cadre permettant d' étudier les différents types de structures linguistiques . peut-être n'aurions-nous pas du considérer la théorie mathématique »

3 في كتاب Dov M. Gabbay. John Woods [2009- - يذكر أن تأثير اميل بوست على تشومسكي كان عن طريق المنطقي "بول روزنبلوم"

تُسمى النظرية التكرارية كذلك بالحسابية[1] Computation بسبب كون الرياضيين يستعملون تقنيات تكرارية في دراسة صورية للدوال القابلة للحساب، ولا غرابة كذلك إذا لاحظنا أن الأدبيات التوليدية حتى في صيغتها الأدنوية تستعمل مصطلح الحسابية، فالدماغ البشري يمتلك جهازا حاسوبيا ذهنيا ينجز عمليات (انتقاء، دمج، نقل) على مدخلات اللغوية (مفردات معجمية، مخرجات للعمليات)، وفي خطوات حسابية واضحة ودقيقة تتكون بنية لغوية ذات طبيعة هرمية...

لا يخرج مفهوم الحسابية عن هذا المفهوم العام المعمول به في اللسانيات التوليدية فقد عرفت الحسابية بكونها صيرورة حسابية تنطلق من المخرجات وعند تطبيق مجموعة من العمليات الثابتة- تسمى ببرنامج أو إجراء أو خوارزمية- تفضي في خطوات محدودة إلى مخرجات نهائية[2].

1.1.7-التكرارية في المنطق الرياضي:

وُظفت في اللسانيات التوليدية مجموعة من المفاهيم الرياضية من قبيل عملية (أو دالة) تكرارية، مجموعة معدودة تكراريا، اشتقاق، إنتاج، توليد...الخ هذه المفاهيم كما أشرنا ذلك سابقا لها أصول رياضية استعملت من أجل صورنة بعض المسائل في اللسانيات.

سنقف عند مفهومين، في البداية سنحدد ما معنى أن تكون دالة (أو عملية) معرفة تكراريا من خلال مثال بسيط، ثم سنعرج على مفهوم المجموعة المعدودة تكراريا recursively enumerable set.

1.1.1.7-الدوال التكرارية

يجرنا مفهوم التكرار في الرياضيات إلى الحديث عن الدوال فما معنى دالة؟

1 عن هذا الموضوع راجع مقالة لسور

http://www.people.cs.uchicago.edu/~soare/History/compute.pdf

2 " A computation is a process whereby we proceed from initially given objects, called inputs, according to a fixed set of rules, called a program, procedure, or algorithm, through a series of steps and arrive at the end of these steps with a final result, called the output" Robert I. Soare , Computability and Recursion

عملية الجمع والضرب هي دوال تنطبق على عددين (مثلا 2 و 3) من مجموعة من الأعداد فتربطهما بعدد آخر وحيد نسميه بقيمة الدالة (5 في حالة الجمع) و (6 في حالة الضرب) نكتب :

$5 = (2،3)+$

$6 =(2،3)\times$

في التداول اليومي نتخلى عن هذا الترميز فنكتب بدل ذلك ترميزا اعتياديا كالآتي:

$5=3+2$

$6= 3 \times 2$

الجمع والضرب عمليتان اثنانيتان حيث تأخذ عنصرين أو موضوعين فتربطهما بعنصر آخر، هناك دوال أحادية تأخذ عنصرا واحدا ثم تربطه بعنصر آخر وخير مثال يمكن إعطاؤه هو الدالة العاملية[1] :

$F(5)=5\,! = 5\times4\times 3 \times 2 \times 1$

$F(4)=4\,! = 4\times 3 \times 2 \times 1$

.

.

$F(0)=0\,! = 1$

يوجد في الرياضيات نوع خاص من الدوال حظي بدراسة مستفيضة نظرا لأهميته في صورنة مجموعة من المعطيات الحسابية واللغوية وتندرج هذه الدوال ضمن ما يسمى بفئة الدوال التكرارية، وحتى تفهم معنى التكرار عد إلى المثال السابق ستجد أنه لمعرفة قيم بعض الدوال يتعين الرجوع إلى قيم دوال سبق معرفتها مثل الدالة العاملية !5 التي لا يمكن معرفة قيمتها إلا بالرجوع إلى قيمة الدالة العاملية !4

$5\,! = 5\times4\,!$

1 يرمز إلى الدالة العاملية بالرقم متبوعا بعلامة التعجب ، الرقم هو موضوع الدالة .

وبنفس الطريقة نحدد قيمة الدالة العاملية لــ !4 بالرجوع إلى قيمة الدالة ! 3 إلى أن نصل إلى الدالة ! 0،حيث ينتهي التراجع بحيث يتوقـف الرجـوع إلى الخلـف وهـذه القيمة الأخيرة تكون معطاة.

$4! = 4 \times 3!$

$3! = 3 \times 2!$

$2! = 2 \times 1!$

$1! = 1 \times 0!$

$0! = 1$

ومن ثم يمكن وضع قانون عام يضبط عملية التعريف بالتراجع كما يلي:

$(n+1)! = (n+1) \times n!$

أو في شكل آخر[1]:

- 39-

-أ - $F(0)=1$

-ب- $F(n+1)=(n+1)\times F(n)$

يتضح من ذلك أن تعريف الدالة التراجعية (أو التكراريـة) يـتم عـبر خطـوتين ؛ الخطوة الأولى (**39** -أ) تسمى بالحالة الأساسية base case ، أمـا الخطـوة الثانيـة فتسمى بالخطوة التراجعية recursive step (**39** -ب) حيث يـتم تعريـف الدالـة F(n+1) بالرجوع إلى قيمة سبق أن عرفناها F(n) وصولا إلى الحالة الأساسية الـتي ينتهي عندها التراجع.

إذا تأملت في المعادلة(**39** -ب) تلاحظ أن الدالة العاملية F(n+1) على اليسار استدعت نفسها مرة أخرى F(n) على يمين المعادلة وهذا الاستدعاء هو ما ألمـح إليـه جاكندوف وبنكر في التعريف 26.

1 يمكن تبسيط هذه الدالة وذلك بردها إلى الشكل الآتي:

$F(n+1)=H(n,F(n))$

$F(0)=1$

في الأدبيات الرياضية يميز الرياضيون بين فئتين من الدوال التكرارية: دوال تكرارية بدائية[1] وعامة[2] والمثال الذي درسناه سابقا يندرج ضمن النوع البدائي وصورته الرياضية يضبطها زوجان من المعادلات كما بين ذلك:

$\phi(0)=q$

$\phi(y')=\psi(y,\phi(y))$

حيث ترمز الفاصلة فوق الرقم y' إلى دالة التالي (y'=y+1)[3]، لاحظ جيدا أنه لتعريف الدالة ϕ تعين الرجوع إلى قيمة سابقة للدالة إلى نصل إلى قيمة صفرية للدالة هنا تنتهي عملية التراجع.

الكثير من العمليات الحسابية المعروفة (الجمع، الضرب..) يمكن تعريفها تارجعيا سنأخذ عملية الجمع التي تأخذ صورتها التراجعية على الشكل الآتي:

-40 -

أ- جمع (س،0)=س

ب- جمع (ن+1، س)=(جمع (ن، س))'

حيث إن ن، س أعداد صحيحة طبيعية ويشير ()' إلى دالة التالي.

لنأخذ العدد 4 و 1 ونحسبهما بدالة الجمع التراجعية السابقة (- **40**-ب) ستمر عملية الحساب بالأطوار الآتية:

1- جمع(1،4) = (جمع (3، 1))' = جمع (3، 1) +1

2- جمع(1،3) = (جمع (2، 1))' = جمع (2، 1) +1

3- جمع(1،2) = (جمع (1، 1))' = جمع (1، 1) +1

4- جمع(1،1) = (جمع (0، 1))' = جمع (0، 1) +1 = 1 +1 =2

في المرحلة الأخيرة الرابعة وصلنا إلى المرحلة الختامية (- **40**-أ) من عملية الحساب جمع (0، 1)=1.

---

1 primitive recursive function

2 general recursive function

3 التالي هو دالة احادية تأخذ رقما وحيدا موضوعا لها فتعطينا قيمة وحيدة ، مثال تالي العدد 3 هو 4 ونرمز لذلك على الشكل الآتي 3 ' = 3+1=4. التالي هو دالة ،

2.1.1.7-مجموعة معدودة تكراريا

أول من درس هذه المجموعات هو "ألونزو تشورش" ثم طورها "إميل بوست" لاحقا، يعرف "إميل بوست"[1]

تعريف 27 : (مجموعة الأعداد معدودة تكراريا)

تكون أ مجموعة معدودة تكراريا إذا وجدت دالة تكرارية (أو عملية تكرارية) f(x) حيث إن قيمتها بالنسبة لعدد صحيح طبيعي موجب x تولد المجموعة المعدودة، والمتوالية f(1)،f(2) ، f(3)....تعتبر تعدادا تكراريا للمجموعة.[2]

مثال 44 :

لنعتبر الدالة $\varphi(x)=2^x$ التي تولد مجموعة من الأرقام A،إذا عوضنا كل قيم x بعدد صحيح طبيعي في الدالة $\varphi(x)$ سنحصل على $A \ni \varphi(0)$،$A \ni \varphi(1)$، $A \ni \varphi(2)$،$A \ni \varphi(3)$... $A \ni \varphi(n)$:

$\{2^n.....2^3, 2^2, 2^1, 2^0\} = A$

أو بتعبير آخر أكثر اختصارا:

$\{\varphi(x) \mid \mathbb{N} \ni x\} = A$ -41 -

يوجد مصطلح ذو صلة بمجموعة الأعداد المعدودة تكراريا وهو مصطلح مجموعة الأعداد القابلة للبت Decidable set، نسمي مجموعة بكونها تقبل البت إذا وُجد إجراء أو خوارزم يسمح لنا بالتحقق ما إذا كان عنصر ينتمي إلى المجموعة أم لا، مثلا هل ينتمي رقم 4 إلى المجموعة السابقة *A* ؟ الجواب نعم لأنه يوجد إجراء يسمح لنا بمعرفة ذلك وهو الدالة $\varphi(x)=2^x$ ، فرقم 2 هو حل للمعادلة $4 = 2^x$ التي تقبل حلا وحيدا هو x =2.

1 EMIL L. POST[1944]

2 Coextensive with the intuitive concept effectively calculable function. A set of positive integers is said to be recursively enumerable if there is a recursive function f{x) of one positive integral variable whose values, for positive integral values of x, constitute the given set. The sequence *f* (1), *f* (2), *f* (3), • • • is then said to be a recursive enumeration of the set.

قياسا على المجموعة الأعداد الصحيحة المعدودة تحدث تشومسكي عن مجموعة العبارات المعدودة بواسطة مجموعة من العمليات النحوية، أما بالنسبة للمعطيات اللغوية فإن اللساني يُعنى بنوع خاص من العمليات هي تلك التي تولد بنيات هرمية.

2.7-التكرارية في دراسة اللغة الطبيعية من وجهة نظر توليدية:

تنضوي الدوال التي قمنا بتوصيفها سابقا تحت نوع خاص من الدوال سُميت بالتكرارية، لكن هل جميع الدوال التكرارية خليقة بتوصيف العمليات الذهنية المسؤولة عن إنتاج اللغة؟

هناك نوع خاص من العمليات الرياضية التكرارية استرعى اهتمام النظرية التوليدية منذ البدايات الأولى وهي تلك العمليات التكرارية التي تولد توليدا قويا للبنيات اللغوية الهرمية [1]، فليست جميع قواعد إعادة الكتابة يتوفر فيها هذا الشرط الأساسي فالذي يميز العمليات اللسانية عن غيرها كونها تنتج بنية هرمية أو سلمية تميزها عن البنية الخطية[2]، ومن ثم فهذا الشرط الذي ذكرناه هو شرط أساس يميز الموضوع اللساني.

1.2.7-التكرار في النماذج التوليدية القديمة:

وظف تشومسكي الأدوات النظرية المأخوذة من الرياضيات[3] في توصيف العمليات المعرفية التي ينجزها الذهن البشري أثناء توليد اللغة، في البدايات الأولى للنظرية التوليدية (نموذج البنيات التركيبية) استعمل تشومسكي قواعد إعادة الكتابة

1 ترجمة لــ hierarchically structured

2 « We are concerned with a special case of recursive procedures, generative grammars Gi, each of which enumerates a set of hierarchically structured expressions, assigning to each a symbolic representation at two interfaces, the sensori motor interface SM for external realization ER and the conceptual-intentional interface CI for what is loosely termed thought: interpreting experience, reflection, inference, planning, imagining, etc. In this respect each G i can be regarded as an instantiation of the traditional Aristotelian conception of language as sound with meaning (though sound is now known to be only a special case of ER)."cited in Chomsky ,Minimal Recursion: Exploring the Prospects

3 Chomsky & Miller [1963] Introduction to the formal analysis of natural languages. Handbook of mathematical psychology.

واستثمرها في توصيف القدرة اللغوية للفرد في إنتاج عدد غير محدود من البنيات النحوية، قواعد الكتابة هي مجموعة من التعاليم تأخذ صورة سهم موجه على الشكل الآتي:

- 42- **أ ← ب**

تقتضي هذه التعليمة إعادة كتابة الرمز الواقع على اليمين بواسطة الرموز الواقعة على اليسار مثلا لتوصيف عملية تكون المركب الحدي (التفاحة) نكتبه بهذه الطريقة:

مركب_حدي ← أداة_تعريف + مركب_اسمي.

أداة_التعريف ←الـ

مركب_اسمي ← تفاحة

أما المركب الحرفي 'إلى المدرسة' فيمكن توليده بالقواعد الآتية:

مركب_حرفي ← حرف مركب_حدي

حرف ← إلى

مركب_حدي ← المدرسة

لتوليد الجملة السابقة (- **36**) نحتاج إلى القاعدة الآتية:

جملة←جملة + جملة

جملة ←مركب_اسمي مركب_فعلي

مركب_فعلي←فعل مركب_اسمي

مركب_اسمي← منير

فعل←رأى

مركب_اسمي←أحمد

يتبين من ذلك أن نظام النحو الذي يقوم على قواعد إعادة الكتابة يتكون من مجموعة من العناصر :

- عناصر نسميها غير نهائية ص التي تمثل عناوين المقولات النحوية من قبيل مركب_اسمي، مركب_فعلي، فعل، مركب_حرفي،مركل_حدي...

- عناصر نهائية هـ تضم العناصر المعجمية المنتمية إلى اللغة المولد بقواعد الكتابة من قبيل : منير، رأى، أحمد.
- منطلقات رمزية س حيث تمثل في اللغة ما يُسمى بالجملة مثل جملة
- قواعد إعادة الكتابة ق وهي عبارة عن زوج يربط بين مجموعة (هـ ∪ ص) ومجموعة (هـ ∪ ص)، وتتخذ هذه القواعد الشكل الآتي : أ ⟵ ب حيث إن أ ∈ (ص ∪ هـ)، ب ∈ (ص ∪ هـ)

وفي صورة رمزية يُعبر عن هذه العناصر بالرابوع الآتي: (ص، هـ، س، ق)

السؤال الذي يطرح نفسه هو أين يتجلى التكرار في قواعد إعادة الكتابة ؟

لمعرفة ذلك نفترض لغة الأقواس المغلوقة وهي لغة تتكون فقط من الأقواس المغلوقة (())، ((()))، () ()

سنحدد قواعد اللغة بطريقة استقرائية على الشكل الآتي:

1) العبارة () عبارة سليمة التركيب.
2) إذا كانت العبارة أ سليمة التركيب فإن (أ) سليمة التركيب.
3) إذا كانت العبارتان أ وَ ب عبارتين سليمة التركيب فإن أ ب سليمة التركيب.

انطلاقا من التعريف الاستقرائي يمكن وضع القواعد النحوية الآتية:

1. س ← ( )

2. س ← (س)

3. س ← س س

تسمى هذه القواعد بقواعد إعادة الكتابة أو بالمنتجات التي تسمح لنا بتعويض عبارة س إما بـ ( ) أو (س) أو س س.

يظهر من هذه القواعد أن القاعدتين 2 و 3 قاعدتان تكراريتان لأنها تعيد إنتاج نفس الرمز **س** على يسار السهم لكن بطريقتين مختلفتين في الاولى يكون الرمز **س** محاط بقوسين، أما بالنسبة للثانية فإن الرمز مكرر مرتين.

وحتى نلمس حقيقة التكرار سنشرع في اشتقاق العبارة الآتية –(( ))(( )( ))– انطلاقا من مجموع القواعد النسقية أعلاه :

صيرورة عمليات الاشتقاق	س ⇐	س س ⇐	(س) س ⇐	(()) (س س) ⇐	(( )) (( ) س) ⇐	(( )( ))(( ))
القواعد المطبقة		ق 3	ق:2	ق: 1-ق:3	ق:1	ق:1

شكل 29

ويمكن اختصار عملية الاشتقاق السابقة على الشكل الآتي:

س ⇝ (( )( ))(( ))

في مراحل محددة وعبر تطبيق مجموعة من القواعد (شكل 29) قمنا باشتقاق العبارة (( ))(( )( )) التي تسمى مبرهنة أو مشتقة في النسق الذي يتكون من الرابوع.

ويمكن كتابة النحو الصوري للغة الأقواس :

النحو = ({ (،) }، { س }، س، { س← ( )، س ← (س)، س ← س س })

يندرج نحو الأقواس المغلوقة ضمن الأنحاء حرة السياق context-free grammar وهي قواعد اخترعت من قبل تشومسكي لتوصيف بنية اللغة الطبيعية.

إذا نظرنا إلى اللغة من زاوية المعطيات المنتجة ستلاحظ أن التكرار في اللغة سينجم فقط عن تطبيق القاعدتين من النوع 2 و 3 السابقتين أما تطبيق القاعدة 1 فليس فيها تكرار. ومن ثم نتساءل هل قواعد إعادة الكتابة يمكن وصفها بالتكرار بغض النظر عن طبيعة المنتجات المتولدة عن تطبيقها؟

إذا عدنا إلى مقال مشترك بين تشومسكي وميلر[1] نجد أن العالمين يصفان فيه قواعد إعادة الكتابة بالتكرارية كما يبين النص الآتي :

"نقصد بالنحو مجموعة من القواعد التي تحدد تكراريا جمل لغة ما، وعموما كل قاعدة التي نحتاجها تأخذ الصورة الآتية: $أ_1$، $أ_2$..... $أ_ن$ ← $أ_{ن+1}$، حيث إن كل $أ_ن$

1 Chomsky & Miller [1963]

هي بنية من نوع ما، وأن كل علاقة ⟵ تعبر عن فكرة إذا كان الإجراء يولد البينيات أ$_1$، أ$_2$..... أ$_ن$ فإنه يولد كذلك البنيات أ$_{ن+1}$"[1]

حسب هذا النص فإن قواعد الكتابة تكرارية ومن ثم جميع الجمل المولدة بقواعد إعادة الكتابة هي تكرارية باعتبار أن الإجراء الذي يولد اللغة هو تكراري.

لكن في مواضع أخرى في كتابه البنية المنطقية للنظرية اللسانية يُقصر تشومسكي التكرار على نوع خاص من الظواهر اللغوية التي تبرز فيها مركبات تركيبية على يمين السهم ويساره يقول تشومسكي:

"إذا انصرفنا إلى مستوى المركبات سنجد أن بعض القواعد تملك خاصية تكرارية، حيث يحلل المركب الاسمي بطريقة يكون أحد مكوناته مركبا اسميا مثل : "

the man who made the discovery is my brother

التي تُشتق بواسطة مجموعة التحويلات الآتية:

(1) $NP \rightarrow NP_1_who_VP$

$VP \rightarrow V_NP$

تسمح مثل هذه التحويلات بتوليد عدد لانهائي من الجمل..."[2]

2.2.7-التكرار في نظرية الربط العاملي:

في نظرية الربط العاملي تشتق البنية المركبية من أعلى إلى أسفل عن طريق قواعد إعادة الكتابة التي 'تأخذ مركبا وتحلله إلى مكوناته، تماشيا مع ما عرف بنظرية س-خط':

-43 -

س^2 ⟵ ز^2 س^1

1 « by a grammar we mean a set of rules that (in particular) recursively specify the sentences of a language .in general ,each of the rules we need will be of the form

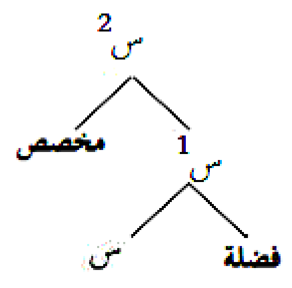
$\Phi 1, \ldots\ldots, \phi n \rightarrow \Phi\ n+1$

Where each of the Φi is a structure of some sort and where the relation → is to be interpreted as expressing the fact that if our process of recursive specification generates the structures Φ1,…….., ϕn then it also generates the structure Φ n+1 "

2 Chomsky, N., [1955].

$س^{1}$ ⟵ س $ص^{2}$

حيث س تمثل رأس المركب، و $ز^{2}$ مخصص المركب $س^{1}$، و$ص^{2}$ فضلة لــ س.



يتمثل التكرار في نظرية سين في كون قواعد إعادة الكتابة يمكن تطبيقها بشكل غير محدود على عناصر الخطاطة، هكذا يمكن تطبيق نفس القواعد السابقة على المخصص ($ز^{2}$) في (– 43–) فإن القواعد السابقة تقوم بتحليله إلى مكوناته على الشكل الآتي:

$ز^{2}$ ⟵ مخصص $ز^{1}$

$ز^{1}$ ⟵ ز فضلة

لا ينحصر تطبيق هذه القواعد على المقولات المعجمية (اسم، فعل، حرف، صفة) وإنما ينطبق بنفس الشكل على المقولات الوظيفية من قبيل المصدري والزمن والنفي والحد...فجميع القولات تخضع لنفس القانون.

3.2.7-التكرار في البرنامج الأدنوي:

في البرنامج الأدنوي احتفظ تشومسكي بروح النظرية التكرارية، فمع أن الرجل استبدل قواعد الكتابة بعمليات مجموعية من قبيل عملية ضم (Merge) لكن المبدأ هو نفسه حيث إن عملية 'ضم'، المكلفة بضم المفردات المعجمية مثنى مثنى مفضية إلى بنية هرمية للجملة، هي عملية تكرارية تنطبق على نفسها بمقتضى ال

تعريف 26.

تحظى عملية الدمج[1] بمكانة خاصة في البرنامج الأدنوي نظرا إلى أهميتها في توليد البنيات اللغوية، بهذا الاعتبار فهي عملية ذهنية تنتمي إلى ما يسميه التوليديون بالنحو الكلي الذي يشكل مكونا من مكونات القدرة الذهنية البشرية وهي قدرة محددة جينيا، يعرف 'ستابلر' و'كولينز' النحو الكلي على الشكل الآتي:

التعريف 28 : النحو الكلي

يتكون النحو الكلي من قائمة مكونات تضم ستة عناصر :

<صو،تر،دل،اختر،دمج،تحويل>

كل مفردة من المعجم تتحدد بثلاثة أنواع من السمات وقد أشار إليها التعريف برموز مختصرة 'صو'، 'دل'، 'تر'

- سمات صواتية للمفردة المعجمية يشير إليها التعريف بالرمز 'صو'، وتتضمن هذه المجموعة كيفية نطق العنصر المعجمي وخصائصه الصواتية.
- سمات دلالية للعنصر المعجمي يشير إليها التعريف السابق بالرمز 'دل'، مثل سمة الحدث وتحتوي أيضا على الأدوار المحورية..الخ.
- سمات تركيبية 'تر' تشمل المقولات التركيبية (اسم، فعل، حرف..الخ)، حيث إن كل مدخل معجمي في المعجم ينتمي إلى مقولة تركيبية معينة، فجَلَسَ ينتمي إلى مقولة الفعل، وجُلُوسٌ مقولة تنتمي إلى الاسم...الخ،والمفردة المعجمية 'إلى' تنضوي تحت مقولة الحرف...الخ، وتتضمن السمات التركيبية 'تر' سمات التطابق φ-features (الجنس الشخص، العدد..) وهي سمات تلعب دورا كبيرا في التركيب وسنفرد لها محورا خاصا.

---

1 ترجمت هذه العملية تحت مسميات متعددة نذكر منها الدمج ، الضم ، الإغصان والمزج ، اتحفظ على ترجمتها بالمزج لأن المزج يوحي بمعنى مزج السمات لكن حسب مبدأ يُعرف بـــno tampering principle فإن عملية الضم لا تعبث بالمدمجات.

هذه السمات الثلاثة تكون المستوى المعجمي، يُعتبر المستوى المعجمي نافذة يطل منها الفرد على العالم الخارجي باعتبار المعجم هو مصدر التغيرات اللغوية، ويسمى بالتجربة التي تمثل عاملا أساسيا إلى جانب عاملين اثنين آخرين يساهمان في تشكيل اللغة البشرية[1].

بالنسبة للعامل الثاني هو الاستعداد الفطري ويتضمن مجموعة من العمليات الذهنية التي تقوم بتركيب اللغة، نقصد بالاستعداد الفطري كون القدرة الذهنية اللغوية محددة جينيا[2] ؛ فجميع البشر يتميزون بامتلاكهم جهازا حاسوبيا يوجد بـ'منطقة بروكا' في دماغهم تنهض مهمته في تكوين العبارات اللغوية وعندما تتعرض هذه المنطقة للتلف يصبح الأفراد مفتقدين إلى القدرة على إنتاج عبارات سليمة التركيب من قبيل غياب التطابق بين الفعل والفاعل[3]، وقد حدد التعريف 28 ثلاث عمليات ذهنية تشكل قلب الجهاز الحاسوبي التي تتكلف بالتأليف بين المفردات المعجمية : "**اختر**" و "**دمج**" و"**تحويل**" التي تعتبر عمليات كلية توجد بالفطرة لدى جميع البشر. تقوم عملية "اختر" بإدخال العناصر المعجمية في الإشتقاق، أما عملية "ادمج" فتأخذ مركبين وتدمجهما في مركب واحد ويميز البرنامج الأدنوي بين صيغتين متكاملتين للدمج دمج خارجي وداخلي: الأولى تبني البنيات الأولية للجملة، أما العملية الثانية فتعيد ترتيب المكونات الداخلية لكن المبدأ الذي يضبط عملهما هو نفسه، أما عملية "تحويل" فتعمل على تحويل المركبات التي بُنيت بعملية الإدماج إلى زوج <صو،دل > مأول في الوجائه[4]، أي مأول في الأنساق الخارجية التي تتماس مع الجهاز الحاسوبي، وقد حدد تشومسكي نسقين خارجيين معرفيين وهما النظام النطقي-الإدراكي[5] يقوم بمعالجة وتأويل الصورة

1 Berwick, Robert & D Friederici, Angela & Chomsky, Noam & Bolhuis, Johan.[2013.

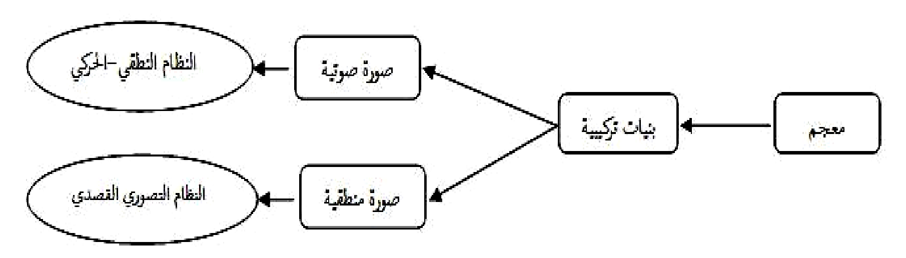
2 لقد تم عزل الجين المسؤول عن اضطرابات لغوية وذلك من خلال ويسمى هذا الجين بـFOXP2 ، للمزيد من البيانات حول هذا الجين انظر: Ron Nudel , Dianne F Newbury [2013]

3 للمزيد من المعلومات حول عمل منطقة بروكا بالدامغ البشري أحيل القارئ على كتاب Broca's Region في لائحة المراجع

4 Chris Collins and Edward Stabler [2011] , A Formalization of Minimalist Syntax

5 The articulatory perceptual system

الصواتية "صو"، ثم النظام التصوري-القصدي[1] الذي يقوم بمعالجة الصورة المنطقية 'دل'.



شكل 30 : المعجم والمكون الحاسوبي والوجائه

فيما يتعلق بالعامل الثالث فهو عبارة عن مجموعة من المبادئ العامة ليست مرتبطة باللغة وتدخل من ضمنها القيود التي تفرضها الوجائه على اللغة من ذلك مبدأ التقليل من التعقيد الحاسوبي.

فيما يلي سنتحدث عن العمليات الذهنية التي يوظفها الذهن في عملية تشييد البنية اللغوية ثم سنفرد محورا خاصا بالسمات ودورها في عملية التركيب.

1.3.2.7-**عملية الدمج:**

تتميز هذه العملية بمجموعة من الخصائص وتضبطها مجموعة من القيود نجملها فيما يلي:

1. خاصية الاتجاهية :

تبدأ من الأسفل إلى الأعلى خلافا لقواعد إعادة الكتابة التي تحلل المركبات إلى مكوناتها المباشرة تماشيا مع نظرية 'سين_خط' (- 43-).ومن اليسار إلى اليمين بالنسبة للغة العربية (أو من اليمين إلى اليسار بالنسبة للغات الأجنبية الفرنسية أو الأنجليزية)[2].

1 The conceptual intentional system

2 هناك من الاجتهادات من اقترحت نموذجا نظريا حيث تبدأ عملية الدمج من الأعلى إلى الأسفل ، ومن اليسار إلى اليمين بالنسبة للغة الانجليزية انظر Colin Phillips [1996]

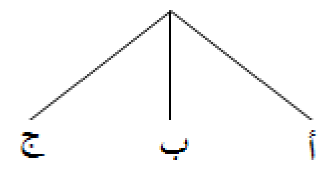
2. خاصية التفريع الثنائي :

تعتبر الدمج عملية اثنانية تكتفي بأخذ موضوعين تركيبيين أ و ب على الأكثر وتقوم بدمجهما في مكون تركيبي واحد {أ، ب}.

ضم(أ،ب) = {أ، ب}.

هذا القيد يمنع تكون بعض البنيات اللغوية المتضمنة أكثر من مكونين مثل البنية غير السليمة الممثلة في الشكل 31 ويُسمى هذا القيد بمبدأ التفريع الثنائي[1] Binary Branching Constraint.

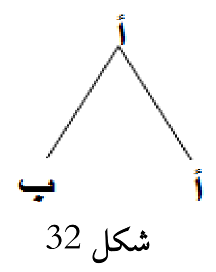
ومن ثم لا يمكن أن نحصل على بنية من قبيل :



شكل 31

3. خاصية الرأسية :

تفضي هذه العملية إلى ترئيس أحد العناصر المكونة للمجموع {أ، ب} إما أ أو ب، في حالة إسقاط أ نكتب {أ،{أ، ب}} أو {أأ، ب}، فكلا الكتابتين تشير إلى كون أ تحدد بطاقة المركب أي تحدد سلوكه التركيبي في الجملة، فإذا كانت أ حدا فإن المركب الناتج يسمى مركبا حديا، أما إذا كانت فعلا فالمركب الناتج سيسمى مركبا فعليا..



شكل 32

1 اقترحه العالم اللغوي كاين Kayne (1984)

للرأس المسقط مجموعة من المميزات ففضلا عن كونه يحدد السلوك التركيبي للمتكون فإنه له خاصية اختيار من سيندمج معه فالعنصر أ هو الذي اختار العنصر ب، وتبعا لذلك يمكن صياغة تعريف جديد للرأسية كما يلي:

تعريف 29 :

"الرأسية : العنصر المسقط هو العنصر الذي يختار"

يكتسي الرأس أهمية خاصة في ظاهرة التطابق النحوي بين الفعل والفاعل تأمل في الجمل الآتية :

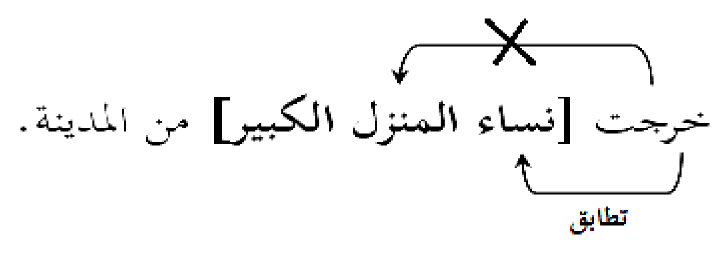
خرجت **نساء المنزل الكبير** من المدينة.

يحتاج الفعل أن يتطابق مع اسم في المركب الاسمي 'نساء المنزل الكبير'، هناك حالتان إما أن يتطابق مع المنزل ومن ثم فإن الجملة ستكون لاحنة من الناحية التركيبية:

*خرج نساء المنزل الكبير من المدينة.

أو يتطابق مع 'نساء' ومن ثم تكون الجملة سليمة تركيبيا.

لكن كيف فهم الدماغ البشري أن التطابق يحصل بين 'نساء' و'خرجت' وليس بين 'المنزل' ؟ إذن لا بد من إجراء أو ميكانزم ذهني يحدد للفعل في الجملة مع من سيتطابق معه، مفهوم الرأسية يمنحنا طريقة لمعرفة ذلك فإذا علمنا أن الرأس هو الذي يحدد السلوك التركيبي للمركب وعلمنا كذلك أن 'نساء' تمثل رأس المركب 'نساء المنزل الكبير' فإن العنصر المرشح لكي يتطابق مع الفعل هو 'نساء'



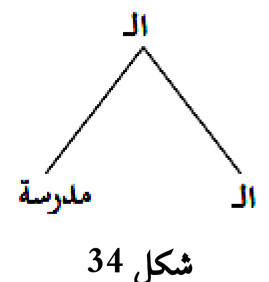
شكل 33

مثال 45 : المركب الحدي "المدرسة"

نمثل لذلك بدمج الحد {الـ} مع {مدرسة}، سيسفر هذا الدمج عن تولد مركب حدي {الـ، مدرسة} باعتبار أن الحرف 'الـ' هو الذي ترأس المركب الناتج عن عملية الدمج، لذلك نكتب :

{ الـ {الـ، مدرسة} }

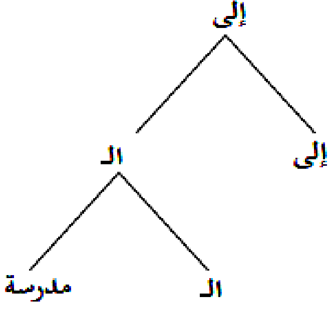
أو {ال الـ، مدرسة}



شكل 34

مثال 46 : المركب الحرفي 'إلى المدرسة'

إذا انضم الحرف 'إلى' إلى المركب الحدي السابق سيتكون مركبا حرفيا يرأسه الحرف {إلى إلى، {ال الـ، مدرسة} }



شكل 35

مثال 47: المركب الفعلي خرج إلى المدرسة:

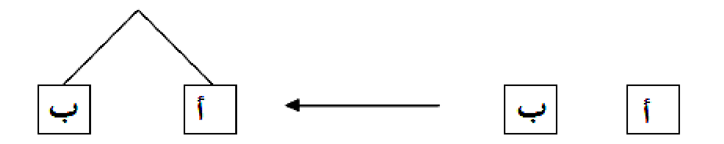
إذا انضم فعل 'خرج' إلى المركب الحرفي السابق فإنه سيتكون مركب فعلي {خرج خرج، {إلى إلى، {ال الـ، مدرسة} } }، الفعل هو الذي سيحدد بطاقة المركب الناتج وبالتالي

سيتصرف كفعل في السياق النحوي.

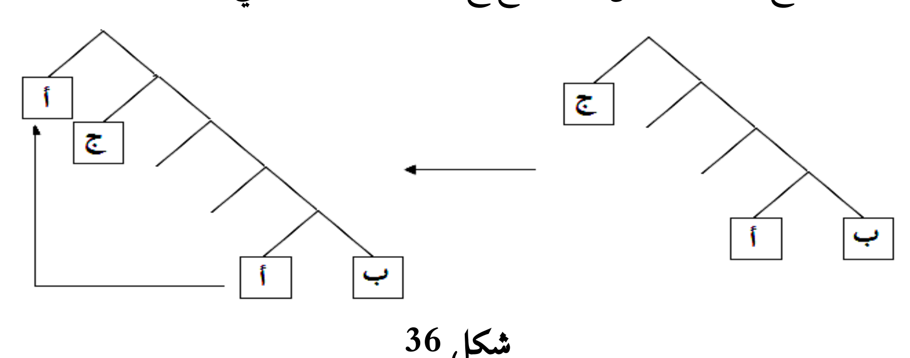
4. الدمج الداخلي والخارجي:

تميز الأدبيات التوليدية بين صيغتين من الدمج ؛

أ. دمج خارجي حيث إن الموضوعين التركيبيين أ و ب متمايزان.

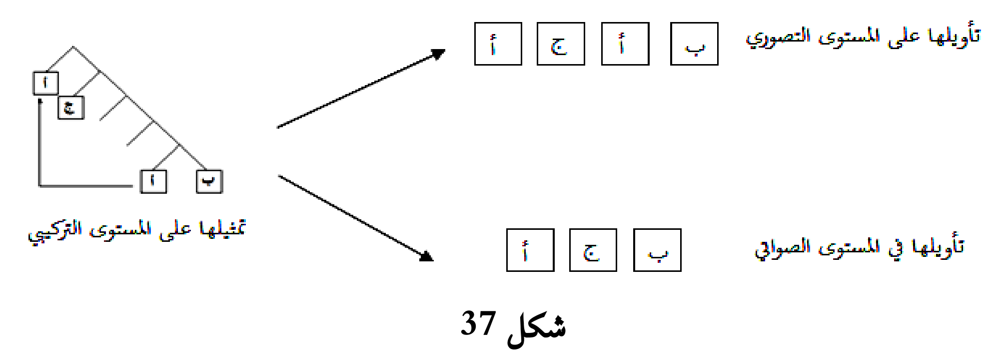


ب. دمج داخلي حيث إن الموضوع التركيبي أ موجود ضمن الموضوع التركيبي ج فيعاد دمجه من جديد مع ج كما يبين المثال الآتي:



شكل 36

الدمج الداخلي هو في الواقع نقل لعنصر من مكان تولده إلى مكان آخر؛ فالعنصر أ في الشكل 36 المولد أساسا في الأسفل أُعيد دمجه مع العنصر ج، تاركا نسخة منه في مكانه الأصلي، فقط النسخة الأعلى هي التي تُنطق، أما النسخة الأولى فتحذف وهذا في الواقع نتيجة للعامل الأخير الذي تحدثنا عنه سابقا، ذلك أنه مع كون البنية الممثلة في الشكل 36 تُأول في الوجيهة التصورية على أساس وجود نسختين من العنصر المعجمي أ لكن في الكلام تخرج فقط البنية الصوتية (ج أ ب) حيث تنطق نسخة وحيدة من أ :



شكل 37

بهذا الاعتبار يُعتبر الدمج الداخلي نسخا لعنصر ثم نقله إلى مكان آخر، في الأدبيات القديمة كان العنصر المنقول يترك أثرا في مكانه الأصلي ومازالت بعض الأدبيات التوليدية تستعمل تقنية الأثر وتعبر عنه بالرمز t_i حيث إن i علامة عددية تدل على ارتباط العنصر المنقول بأثره. لكن هذه التقنية هي حشو زائد لا يقبله مبدأ أدنوي معروف تحت اسم Inclusiveness Condition حيث إنه لا تضاف أية معلومات في الاشتقاق غير موجودة في العناصر المعجمية المختارة من التعداد.

ونمثل لذلك بــ 'من أين' في جملة (- **44**):

- 44- من أين أتى أحمد؟

التي وُلدت كمتمم للفعل 'أتى'، فنقلت من هذا المكان إلى صدارة الجملة ويمكن ملاحظة ذلك من خلال الاشتقاق الآتي :

فالجملة (46) تشتق عبر المراحل الآتية:

1- ضم (من،أين)= {من من، أين }

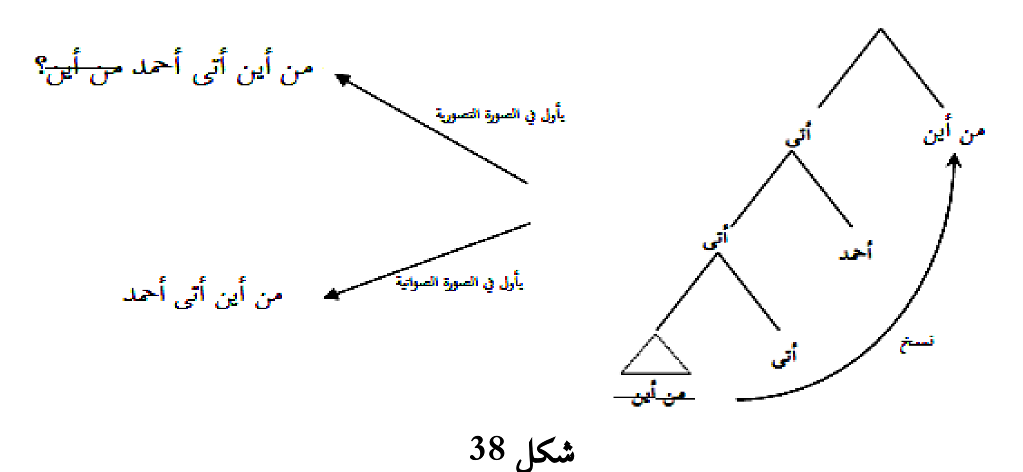
2-ضم (أتى، {من من، أين }) = {أتى أتى، { من، أين } }

3-ضم (أحمد،{أتى أتى، { من، أين } })= {أتى أحمد، {أتى أتى، { من، أين } } }

بعد ذلك ينقل المركب {من من، أين } لتنقل إلى صدارة الجملة لتدمج مع مكون آخر يسمى المصدري لتعطينا الترتيب الذي في (- **44**)

وأحد الأسباب التجريبية التي تدعوا اللسانيين إلى الإقرار بوجود نسخ للمركب (من أين) تأتي من ملاحظة الأخطاء التركيبية للأطفال الذي تصدر منهم أخطاء من قبيل :

- 45- من أين أتى أحمد ~~من أين~~؟



شكل 38

5. خاصية الترتيب :

عناصر المجموعة المتولدة عن عملية الضم هي عناصر غير مرتبة بحيث إن

{أ، ب}≡ {ب، أ}.

فالترتيب هو أمر يتغير حسب اللغات؛ فاللغة العربية تقدم الحرف على المركب الاسمي بينما في اللغة اليابانية يتأخر مثل

Toukyou ni

طوكيو إلى

والترتيب أمر يتطلبه النسق النطقي-الحركي الذي يفرض على المتكلم ترتيبا خطيا لعناصر الجملة، فالأصل هو البناء الهرمي للجملة أما الخطية فهي نتيجة لمتطلبات الإخراج.

6. خاصية التكرارية

الضم عملية **تكرارية** بحيث يمكن أن تأخذ مركبا ناجما عن عملية دمج سابقة فتخضعه لعملية دمج جديدة مع عنصر آخر، فتستمر العملية إلى أن تنتهي عملية اختيار جميع العناصر المراد إدماجها.

7. خاصية المكوناتية

إذا تأملت في الجملة الآتية:

- 46- خرج رجال القبيلة من البلاد

ستلاحظ أن العبارة ' *القبيلة من' غير متماسكة دلاليا ولا نحويا مقارنة بالعبارة 'رجال القبيلة'، ولا يمكنها أن تشغل وحدة تركيبية في الجملة، بينما 'رجال القبيلة' فهي عبارة متماسكة ولها وظيفة نحوية معلومة داخل الجملة. بمعنى آخر فالعبارة 'القبيلة من' ليست **مكونا تركيبيا**. يمكن التعرف في الجملة السالفة الذكر على مكونات أخرى في الجملة من قبيل : خرج من البلاد، من البلاد، البلاد...الخ، لكن كيف يمكن التعرف على مكونات الجملة؟

توجد مجموعة من الروائز الاختبارية تسعفنا في التعرف على المكونات سنكتفي بأربعة روائز: رائز العطف، رائز الاستبدال رائز الحذف ورائز النقل.

بتطبيق رائز العطف على المكون 'رجال القبيلة' نحصل على جملة سليمة :

خرج رجال القبيلة **مع** أطفالهم من البلاد.

بهذا الاعتبار فالمكونات فقط هي التي تقبل أن نعطف عليها، بينما يتعذر ذلك في العبارة 'القبيلة من'، ومن ثم نخلص إلى القانون الآتي:

- 47- فقط المكونات هي التي تقبل أن يُعطف عليها بمكون آخر.

وبتطبيق رائز الاستبدال يمكن أيضا أن نستبدل 'رجال القبيلة' بالأطفال دون أن يمس ذلك بسلامة الجملة:

خرج **الأطفال** من البلاد

لكن لا يمكن أن نستبدل 'القبيلة من' بعبارة أخرى، ومن ثم نخلص إلى القانون الآتي:

- 48- تقبل المكونات أن تُستبدل بمكونات أخرى.

بتطبيق رائز النقل نحصل على الجملة:

-**رجال القبيلة** خرجوا من البلاد

لكن لا يمكن تطبيق ذلك مع عبارة 'القبيلة من'.

-* **القبيلة من** خرجوا البلاد

فنحصل على القانون الآتي:

- 49- تقبل المكونات أن تُنقل من موضع إلى مواضع أخرى.

يمكن أن تضمر المكونات بضمير مناسب مثل:

-خرجوا من البلاد

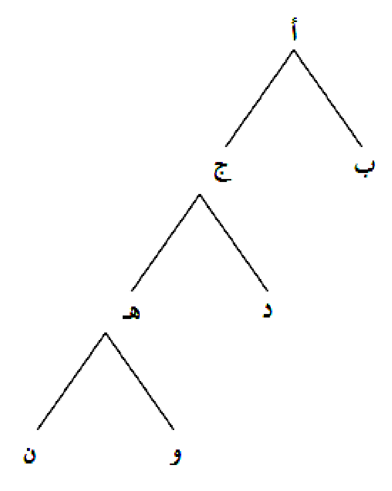
'ويتعذر ذلك في 'القبيلة من'.

لأجل غاية توضيح المكونات في الجملة وبيان حدود المكونات وتمايز بعضها عن بعض تُستخدم تقنية الأقواس:

[[رجال [القبيلة]] [خرج [من [البلاد]]]

8. خاصية الهرمية :

تفضي عملية الدمج إلى تكون بنية **هرمية** تنتظم عناصرها في علاقات تركيبية ومن ضمن هذه العلاقات : الإشراف والسبق ثم علاقة التحكم المكوني -c command، لنفترض أن عملية الدمج أنتجت البنية (**شكل 39**)



ب تتحكم مكونيا في ج ، د ، هـ ،و ،ن

ج تتحكم مكونيا في ب

د تتحكم مكونيا في هـ ، و ، ن

هـ تتكم مكونيا في د

و تتحكم مكونيا في ن

ن تتحكم مكونيا في و

شكل 39

نشأت بين عناصر البنية (**ب، ج، د، هـ،و،ن**) علاقات تركيبية؛ فالعنصر ب يتحكم مكونيا في العناصر **ج، د، هـ، و، ن**. والعنصر و يتحكم في هـــ، و، ن.
والعنصر **و** يتحكم مكونيا في ن.

2.3.2.7-**عملية اختر:**

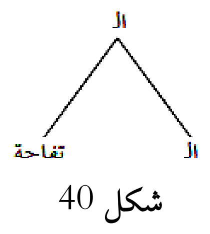
تسبق الدمجَ عمليةُ اختيار الوحدات المعجمية من المعجم فيسمى هـذا التجميـع بالتعداد الذي يتكون من مجموعة من الوحدات المعجمية، ويرتبط بكـل وحـدة مؤشـر رقمي تكمن وظيفته الأساسية في حساب عدد مرات اختيار الوحدة في التعداد.
ونمثل لذلك بتكوين عناصر الجملة الآتية:

- 50- أكل الولد التفاحة

أول شيء يتعين القيام به قصد بناء هذه الجملة هو حصر العناصر التي ستخضع لعملية الضم من قبل الجهاز الحاسوبي، فيسفر هذا الحصر عن تكوين التعداد الآتي:

تعداد = {(زمن،1)، (أكل،1)، (ال،2)، (ولد،1)، (تفاحة،1) }

تلاحظ أن كلمة 'ال' وردت مرتين لذلك أشرنا عليها برقم 2، أما العناصر الأخرى (أكل،ولد، تفاحة) فقد وردت مرة واحدة، لأجل ذلك فإن رقمَ مؤشرها 1. ننتقل الآن إلى التعرف على كيف يتم دمج هذه العناصر من أجل بناء الجملة أعلاه (**–50–**)، بموجب اتجاهية الدمج، سيبدأ الدمج من الأسفل إلى الأعلى وبالتالي فإن العنصرين اللذين سيُستفتح بهما عملية الدمج هما العنصران 'ال' و'تفاحة' فيتكون مركب حدي:

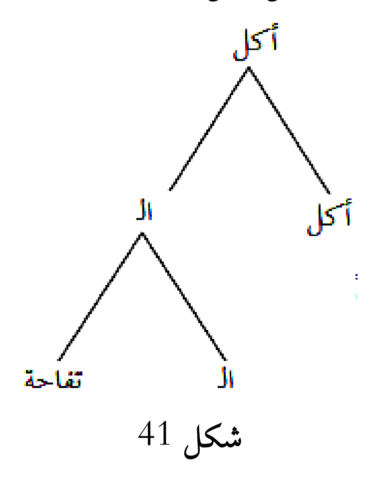


شكل 40

وبموجب خاصية الرأسية فإن الحد "الـ" سيترأس المركب الجديد، بمعنى سيصبح بطاقة لـ {الـ،{الـ، تفاحة}}. بعد انتقاء 'ال' من التعداد فإن مؤشره سيأخذ قيمة جديدة وهي 1، أما مؤشر "تفاحة" فسيصبح صفرا ومن ثم لم يعد إليه حاجة بعد الآن:

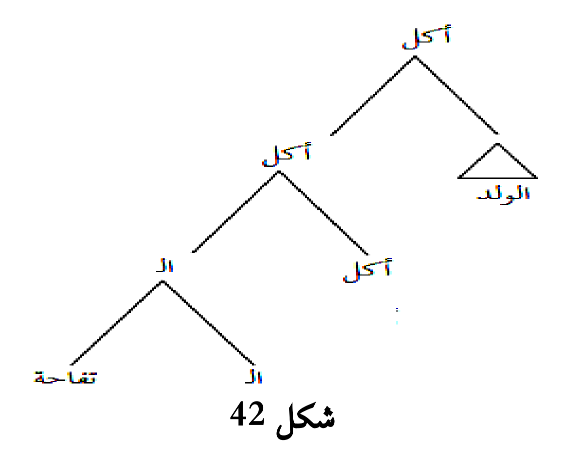
تعداد = {(زمن،1) – (أكل،1) – (ال،1) – (ولد،1) }

بعد ذلك سيقع اختيار 'أكل' وضمه إلى المركب الحدي السابق، مما سيؤدي إلى خلق بنية جديدة ترأسها بطاقة الفعل 'أكل':



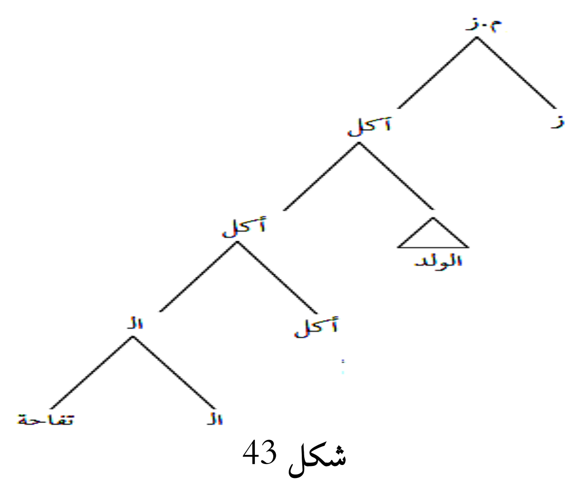
شكل 41

بنفس الطريقة سيُضم المركب الحدي 'الولد' إلى المركب الفعلي السابق مشكلا البنية الآتية:



شكل 42

وإتماما للجملة سيقع اختيار الزمن من التعداد، الشيء الذي سيؤدي إلى تكوين مركب صرفي:



شكل 43

وهكذا سيستمر الدمج إلى غاية نفاذ جميع العناصر الموجودة في التعداد أو بعبارة أخرى حتى تصبح مؤشرات العناصر تساوي رقم صفر.

عملية الدمج التي أسفرت عن تكون البنية الهرمية (شكل **43**) ليست هي العملية الوحيدة في اللغة، لأن بعض الأدبيات الأدنوية تميز بين صيغتين للدمج ؛ دمج خارجي وهو الذي ولد البنية السابقة ودمج داخلي وتكمن وظيفته في نقل العنصر من مكانه المتولد فيه (حيث يأول فيه) إلى مكان آخر (ينطق فيه) وإذا أردت أن تتبين ذلك تأمل في الجملة الاستفهامية الآتية:

- 51- من أين خرج الولد؟

المركب 'من أين' هو متمم أو مكمل للفعل 'خرج'، لكنه نُقل إلى مكان أعلى فالجملة تُأول في مستوى الوجاه التصوري كالآتي:

- 52- من أين خرج الولد <من أين>

لكن الجهاز الحس-الحركي ينطق فقط صورة واحدة لـ (من أين) فهذا الجهاز لا يرى إلا نسخة وحيدة بينما الجهاز التصوري يرى النسختين.

وإذا أردت فهم ذلك فيتعين تتبع كيف تم اشتقاق الجملة (- **51**)

1-ضم (من، أين) = {من من، أين }

2-ضم (خرج، { من، أين }) = {خرج خرج، { من، أين } }

3-ضم (ال،ولد) = {ال ال، ولد }

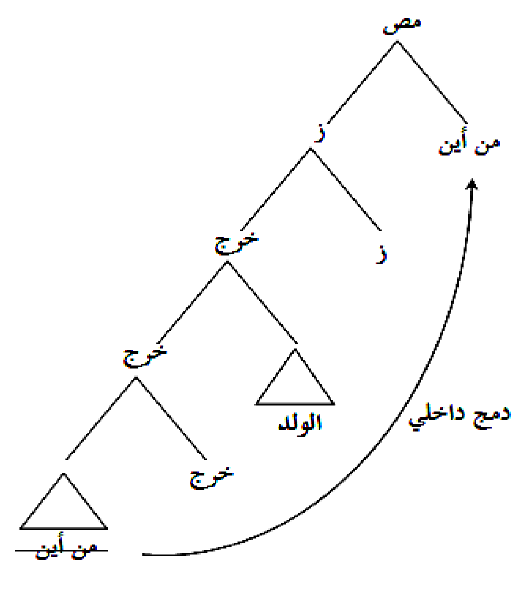
4-ضم (2،3) = {خرج {ال ال، ولد }، {خرج خرج، { من، أين }} }

5-ضم (زمن،4) = {زمن زمن، {خرج {ال ال، ولد }، {خرج خرج، { من، أين }}} }

6-ضم (مص[1]، 5) = {مص مص، {زمن زمن، {خرج {ال ال، ولد }، {خرج خرج، {من، أين }} } } }

بعد هذه المرحلة تنسخ صورة من المركب 'من أين' ثم تدمج داخليا في مخصص المصدري

7- ضم داخلي (مص،{ من، أين}) = {زمن زمن، {خرج {ال ال، ولد }، {خرج خرج، ~~{ من، أين}~~ }} } }



شكل 44

تقدم الخطاطة صورة مجملة مع اختزال التفاصيل للبنية الهرمية (شكل 44) بعد الدمج الداخلي، إذا عدنا إلى خاصية التكرارية، يتبين أن عملية الدمج تكرارية بمعنى

---

1 يرمز مص إلى المصدري وهو مكون وظيفي أساس في الجملة .

أن منتجاتها تخضع لعملية دمج جديدة إلى غاية نفاذ جميع العناصر المعجمية الموجودة في التعداد، ومن ثم فإن الإجابة عن السؤال الذي صدرنا به المقال هل لغة البيراها تكرارية؟ سيكون جوابه بالإيجاب بالنظر إلى الخصائص التكرارية للعملية المسؤولة عن التكرار.

3.2.7.3-السمات ودروها في تحريك العمليات التكرارية

في سياق حديثنا عن خاصية الرأسية (تعريف **29**) تحدثنا عن كون العنصر المعجمي الـمُسقط هو الذي يقوم باختيار من يندمج معه، لكن نحتاج إلى **ميكانزم صوري** يفسر كيف يحصل هذا "التزاوج"؟ ما الذي يجعل من الحد 'ال' يندمج مع اسم "تفاحة" (- **57**-أ) ولا يندمج مع الفعل "أكل" (- **53**-ب) ؟ وكيف نفسر أن الفعل "أكل" يندمج مع الاسم "تفاحة" (- **53**-ت) ولا يندمج مع الحرف 'إلى' (- **57**-ث) ؟

-53 -

أ. الـتفاحة

ب. *ال أكل

ت. أكل تفاحة

ث. *أكل إلى

من جهة ثانية لابد لهذا الميكانزم أن يجيب عن سؤال لماذا تغادر بعض العناصر مكانها المولدة فيه مثل المركب 'من أين' إلى مكان أعلى مندمجة مع المصدري (شكل 44)؟

يمكن تجميع هذه الأسئلة في إشكال واحد :

- 54- ما الذي **يثير** عملية الدمج بنوعيها الداخلية والخارجية؟

تجرنا هذه الأسئلة وغيرها جرا إلى الحديث عن السمات ودروها في إثارة عملية الدمج، يعزو تشومسكي ذلك إلى وجود سمة مثيرة Edge Feature توجد بالعنصر المعجمي تجعله يبحث 'probes' عن عنصر هدف Goal ومن ثم تصبح هذه الخاصية هي التي تثير عملية الدمج فإذا افترضنا اندماج أ مع ب فإن أحد العنصرين المدمجين يحمل سمة مثيرة تجعله يبحث عن الآخر ليندمج معه. لكن ما طبيعة هذه السمة المثيرة ؟

كل ذلك يجعلنا نؤمن بوجود سمات خاصة بالمدخل المعجمي للعنصر الـمُسقط تدفعه أن يندمج مع عنصر دون آخر، من أجل مقاربة منطقية لذلك يميز ستابلر[1] أربعة أنواع من السمات:

1. سمات مقولية تحدد النوع المقولي (ف، ح، س، حد) الذي تُصنف في إطار الكلمة المعجمية، مثلا الحرف 'إلى' ينتمي إلى مقولة الحرف، وبالتالي فإنه يحمل سمة الحرف (ح) وبما أن العنصر المعجمي 'تفاحة' يندرج ضمن الاسم فإنه يحمل سمة (س)، أما الفعل فيرمز إلى سمته بالرمز (ف).
2. إلى جانب هذه السمات الخاصة بتحديد النوع المقولي للألفاظ توجد سمات انتقائية Selector Feature تعبر عن معنى الاحتياج، تكمن وظيفتها الأساسية في تبيين نوع المقولة التي ستندمج معها لاحقا في الاشتقاق، إذا أخذنا على سبيل المثال المقولة الفعلية 'أكل' (ف) فإنها تحمل سمة انتقائية من نوع (*=م.حد*) أي أنها تختار مركبا حديا من أجل الاندماج معه، حيث إن الرمز[2] = يسبق المركب الذي يحتاجه العنصر المعجمي لأجل الاندماج معه. ومن ثم يمكن كتابة لائحة السمات التي تميز 'أكل' على الشكل الآتي:

أكل [**ف، =م.حد...**] حيث ف ترمز إلى كونه فعلا.

أما الحرف 'إلى' الذي يختار فضلة حدية فسماته على الشكل الآتي:

إلى [**ح، =م.حد...**]

التفاحة مركب حدي لا يحمل أية سمة اختيارية :

التفاحة [**م.حد...**]

حيث إن نقط الحذف تشير إلى وجود سمات أخرى غير مذكورة تفاديا للإطالة.

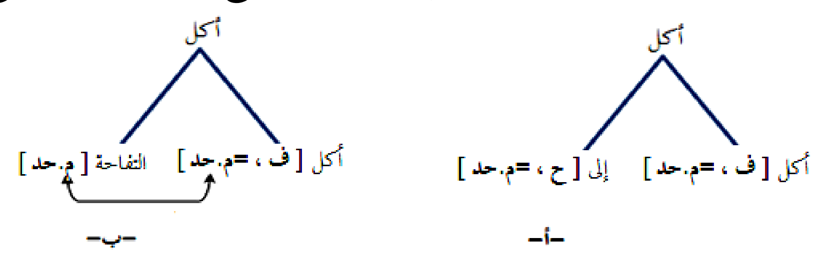
حاصل القول أن السمة الاختيارية هي التي تبدأ عملية الدمج الخارجي فبوجود هذه السمة الانتقائية في العنصر تشرع عملية دمجه مع عنصر فيه السمة

---

1 Stabler E. (2010).

2 الترميز لستابلر

المطلوبة، في ضوء ذلك يمكن تفسير لحن (- **53**-ث) الذي يعني أن الفعل 'أكل' لا يجوز له الإندماج إلا مع مركب حدي (م.حد) وبالتالي نفسر لماذا الاندماج (شكل 45-أ) فشل فأصبحت الجملة لاحنة، في حين أن الاندماج (شكل 45-ب) نجح.



شكل 45

كيف تعمل هذه السمات مع عملية الدمج التكرارية؟

نفترض التعداد الآتي:

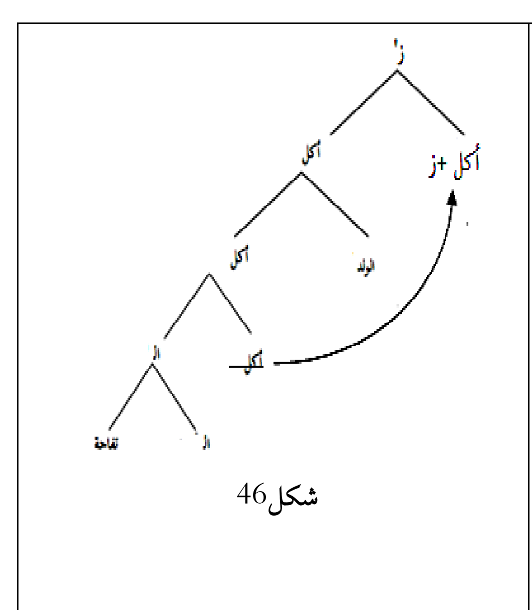
- 55- { أكل [ف، =حد،=حد]، تفاحة [س]، ولد [س]، الـ [حد، =س] }

حيث يتضمن الفعل 'أكل' سمتين انتقائيتين =حد، وتشير س إلى سمة مقولية اسمية، أما أداة التعريف 'الـ' فتتضمن سمة انتقائية تطلب الاسم (= س).

سيتم اشتقاق 'أكل الولدُ التفاحةَ' على الشكل الآتي مع إهمال تفاصيل أخرى إلى مرحلة مقبلة.

.1	ضم(الـــ، تفاحـــة)= {ال الـــ، تفاحة} حالما أدمجت الـ مع تفاحة مُحيت السمة الانتقائية الموجودة في العنصر الحدي الـ	ال [حد] ال [حد، =س] تفاحة [س]
.2	ضم(الـ، ولد)= {ال ال، ولد} حالما أدمجت الـ مع تفاحة مُحيت السمة الانتقائية الموجودة في العنصر الحدي الـ	ال [حد] ال [حد، =س] ولد [س]

.3	ضم(أكل، التفاحة)= {أكل أكـل، {ال الـ، تفاحة} } يحتوي العنصر المعجمي أكل على سمتين انتقائيتين تطلبان حدين، تم محو واحدة والأخرى مازالت منظورة لعملية دمج أخرى.	أكل [ف ، =حد] أكل [ف ، =حد ، =حد] ال [حد] ال [حد، =س] تفاحة [س]
.4	ضم(الولد، اكل التفاحة)= {أكل الولـد،{أكل أكـل، {ال الـ، تفاحة}}} مُحيت جميع السمات الانتقائية للفعل أكل بانضمام المركب الحدي الولد. إلى غاية هذه المرحلة من الدمج لا نعلم على وجه التحديد زمن الفعل 'أكل' هل هو '**أكل**' أو '**يأكل**'، ومن ثم فإن الجملة غير مكتملة البناء لذلك نحتاج إلى أن يضم عنصر الزمن إلى الجملة	أكل [ف] أكل [ف ،=حد] ال [حد] (الولد) أكل [ف ، =حد ، =حد] ال [حد] ال [حد، =س] تفاحة [س]
.5	ضم (الزمن)، {أكل الولد،{أكل أكل، {ال الـ، تفاحة} }}= {ز ز، {أكل الولد،{أكل أكل، {ال الـ، تفاحة} } }	ز' أكل [ف] ز أكل [ف، =حد] ال [حد] (الولد) أكل [ف ، =حد ، =حد] ال [حد] ال [حد، =س] تفاحة [س]

.6	انضم الزمن إلى البنية السابقة، لكن نحتاج إلى تفسير منطقي لترتيب العناصر فالجملة التي أردنا اشتقاقها يسبق الفعل 'أكل' الفاعل 'الولد'، فكيف إذن نحصل على هذا الترتيب؟ من بين التفاسير التي اقترحت أن الفعل 'أكل' ينتقل من المكان الذي وُلد فيه إلى الزمن ليكتسب صفته الزمنية (الزمن الماضي) الذي يتحقق –حسب النحو التقليدي– في صورة 'فَعَلَ'.	 شكل46

أما السمات التي تثير عملية الدمج الداخلي فسنتحدث عنها في نوعين أساسين : سمات الهدف Goal وسمات المسبار أو الباحثProbe ، سنستعين بهاتين السمتين في تفسير عملية التطابق بين الفعل والفاعل من جهة وتفسير الانتقالات من جهة ثانية.

1. سمات الهدف: وجود هذه السمات في العنصر يدل على كونها تحتاج إلى تسويغ lecencing ويرمز لها بالرمز- متبوعا بالسمة التي ينبغي أن تسوغ فيه مثل –إعراب، -بؤرة..نرى أن هذا الترميز غير عملي وبحاجة إلى تعديل وسنتبنى لاحقا ترميز أكثر نجاعة لأدكار Adger.
2. سمات المسبار : وهي السمات التي تدل على التسويغ ويرمز لها بالرمز +اعراب، + بؤرة.

1.3.2.7.3-السمات المأولة وغير المأولة

إلى غاية هذه الأسطر لم نتطرق إلى كيف يحصل تطابق بين الفاعل والفعل في سمات العدد (مفرد،جمع،مثنى) وفي سمات الجنس(مذكر، مؤنث) كما لم نفسر كيفية حصول الإعراب،لأجل هذه الغاية يتوجب علينا تمثيل هذه السمات بشكل صوري

على المستوى التعداد السابق الذي انطلقنا منه (- 55-)،لكن كيف نمثل سمة العدد والجنس والإعراب :

فلنبدأ بسمة الجنس : سمة الجنس في اللغة العربية هي مجموعة تتضمن قيمتين: مذكر ومؤنث، أما سمة العدد فتتضمن ثلاث قيم: مفرد / جمع / مثنى، اقترح 'أدكر Adger' طريقة ناجعة في تمثيل هذه السمات على الشكل الآتي:

جنس : مذكر/ مؤنث

عدد : مفرد/ مثنى/ جمع

أما الإعراب فهو سمة تتضمن في اللغة العربية ثلاث قيم :

إعراب : نصب/ رفع/ جر

بهذه الطريقة نستطيع تمثيل السمات في العنصر المعجمي 'ولد' و'بنتان':

ولد [س، جنس:مذكر، عدد:مفرد،إعراب:Ø]

بنتان [س، جنس:مؤنث، عدد:مثنى،إعراب:Ø]

سمة الجنس والعدد قيمتان ثابتتان في كلمة 'ولد' و'بنتان' ولا ترتبطان بالسياق التركيبي، لذلك فهما مأولتان في الوجائه أي أن لهما دورا في تحديد معنى الكلمة، أما الرمز Ø فيرمز إلى كون السمة لم تُسند إليها قيمةٌ، ذلك أن الإعراب يرتبط بالسياق التركيبي حيث يُسند أثناء الاشتقاق، فلا يمكننا معرفة هل العنصر 'ولد' منصوب أو مرفوع إلا في خلال التركيب، لأجل هذه الغاية تركنا سمة إعراب غير مقيمة فارغة، وتُسمى بسمة **غير مأولة** Uninterpretable والمقصود أنها غير مأولة في الوجائه وبالتالي فإن دور التركيب هو إسناد قيم لها ثم محوها حتى تكون مأولة. وهذا ما يقصده النحاة التوليديون أن العناصر تدخل التركيب وهي تامة التصريف لكن بعضها يكون مقيما valued وبعضها الآخر يكون غير مقيم Unvalued

في ضوء ذلك سنتحدث عن سمات مأولة Interpretable في 'ولد' وهي سمات الجنس والعدد وسمات غير مأولة Uninterpretable وهي سمة الإعراب ويتعين على الجهاز الحاسوبي التركيبي أن يمحوها وذلك عن طريق تقييمها.

لكن كيف يمكن تمثيل سمات الجنس في الفعل ؟

بنفس الطريقة نمثل السمات في الفعل 'أكل':

أكل [ف، جنس: Ø، عدد: Ø....]

إذا كانت السمة الجنسية مذكر سمة ثابتة في 'ولد' فإنها في 'أكل' غير ثابتة تتغير حسب السياق التركيبي الذي ترد فيه فالسمات غير المأولة إذن هي سمات تؤدي أدوارا تركيبية تساهم فقط في السلامة التركيبية للجملة:

أكلت البنت

أكل الولد

وإذا كانت هذه السمة غير مأولة فإنها في حاجة إلى تقييم خلال مرحلة الاشتقاق. والعملية التي تقيم السمات غير المأولة (غير مقيمة) تُسمى بعملية الفحص Checking Operation. مما سبق يمكن وضع القانون الآتي :

– 56- تكون السمة غير مأولة إذا كانت غير مقيمة وحالما يتم فحصها تُسند إليها قيمة ثم تُمحى[1].

تجري عملية الفحص بين طرفين فما هما هاذان الطرفان؟ لابد أن يكون للطرفين نفس السمة أي يجب أن توافق سمةُ الطرف الاول سمةَ الطرف الثاني، فحتى تُفحص السمتان غير المأولتين في 'أكل' يجب أن يكون الطرفُ الموافقُ يمتلك نفسَ السمات شريطة أن سمات أحد الطرفين مقيمة:

.[جنس:مذكر ، عدد:مفرد]--أكل [ف ، جنس: Ø، عدد: Ø] ←فحص— [جنس:مذكر ، عدد:مفرد]--أكل [ف ، ~~جنس: مذكر~~، ~~عدد: مفرد~~]

حالما يحصل الفحص تُمحى السمات في 'أكل' ~~جنس:مذكر~~. فمهمة التركيب والدمج هو محو هذه السمات غير المأولة عن طريق إسناد قيم لها. حالما يتم تقييم سمة العدد وسمة الجنس يُهجى الفعل أكَلَ.

هذا الميكانزم استُعمل في الأدبيات التوليدية لتفسير ظاهرة انتقال عنصر أو مركبات من مكان وُلدت فيها إلى مكان أعلى في الشجرة الهرمية، فقد رأينا أن الانتقال هو في

---

1 'جيليكو بوشكوفيتش' يقدم وجهة نظر أخرى حيث أثبت وجود سمات مقيمة لكنها غير مأولة فكلمة 'قمر' مذكر في العربية لكنها مؤنثة في الفرنسية la lune انظر Željko Bošković [2009

واقع الأمر عبارة عن دمج داخلي لكن الدمج يحدث إذا كانت هناك سمتان تحتاج أحدهما إلى تقييم كأن الجهاز الاحسوبي يتعقب السمات غير المأولة ليحذفها قبل أن تصل إلى الوجائه أي إلى الانساق الخارجية فهذه الأخيرة غير قادرة على قراءة أو تأويل البينات اللغوية التي توجد فيها سمات غير مأولة.

نتائج الفصل:

حاصل القول في هذا الفصل أن التوليدية قد اعتمدت على مجموعة من الأدوات الرياضية لا سيما النظرية التكرارية في صورنة المكنزمات الذهنية التي تولد اللغة الطبيعية، وبذلك اختارت استراتيجية التوليد على استراتيجية التقييد. وكانت خاصية التكرارية عنوان هذه المكنزمات لكن تحديد التكرار لم يحظ بتعريف مرضي في الأدبيات التوليدية فترك الباب مفتوحا أمام تأويلين أهو تكرار بنيوي أم تكرار اجرائي، فإذا تعلق بالتكرار البنيوي فإن الجواب عن سؤال – 35– سيكون بالنفي بمعنى أن التكرار ليست خاصية بشرية تميز البشر عن باقي المخلوقات، أما إذا تعلق بالتكرار الإجرائي فإن الجواب عن السؤال سيكون بالإيجاب بمعنى أنه مهما كانت العبارة المولدة سواء أكانت مركبا حديا أم فعليا فإن التكرار موجود في قلب الجهاز الحاسوبي. وبذلك تكون عملية الدمج بنوعيها هي عملية تكرارية، هذا التكرار تسببه سمات أو نقائص توجد بالعناصر المعجمية تتمثل في السمات غير المأولة ويتوجب على الجهاز الحاسوبي أن يمحوه قبل الوصول إلى الأنساق الخارجية المتمثلة في النسق التصوري والنسق الحس الحركي.



اللغة في النحو الاعتمادي

اللغة من وجهة نظر اعتمادية.

عندما نرغب في صورنة النحو العربي يتعين في البداية تحديد الإطار اللساني الذي نشتغل وفق مبادئه، هناك مقاربتان منهجيتان ؛ تندرج المقاربة الأولى ضمن النحو المكوناتي ويمثله البرنامج الأدنوي، أما المقاربة الثانية فتندرج ضمن مسمى النحو الإعتمادي في هذا الفصل سنقتصر على العمل داخل ما يتيحه التحليل الإعتمادي. ما يجمع بين المقاربتين كونهما تختصان بالخصائص الآتية :

- خاصية الهرمية[1] : أن عناصر الجملة تنتظم في بناء هرمي[2].
- خاصية المكوناتية[3] : أن العناصر تجتمع في مكونات أصغر ضمن مكونات أكبر.
- خاصية الرأسية[4] : يوجد عنصر وحيد يرأس المكون[5].

سنحاول في هذا الفصل صورنة نظرية النحو العاملية[6] في ضوء هذا القدر المشترك بين المقاربتين هذه الخصائص تحتم علينا تبني تحليل علاقي للجملة يقوم على الأركان الآتية:

- أن يصنف في مرحلة أولى عناصر الجملة إلى زوجين تابع-متبوع أو بتعبير النحو التقليدي عامل-معمول
- أن العامل مع متبوعاته يُكَون ما أسميناه لاحقا بالنواة.
- لكل نواة رأس وحيد يرأسها ويكون عاملا في معمولاته داخل النواة ولا تتجاوز صلاحيات عمله خارج نواته التي يرأسها.

ماذا تعني صورنة النحو العربي؟

---

1 Hierarchical Structure

2 Naoki Fukui [2011]. P1

3 Constituency

4 headedness

5 Naoki Fukui [2011]. p1

6 سنتبنى في هذا الفصل أن نظرية العامل النحوية هي فرع من فروع النحو الاعتمادي وهذه وجهة نظر دافع عليها جوناثان اونز.

تسعى الصورنة إلى رد النحو العربي إلى مسلمات بسيطة بحيث يمكن أن نبني عليها مبرهنات أوسع عبر عمليات اشتقاق منطقية وستتخذ هذه المبرهنات صيغا لزومية من قبيل :

- 57- ← فاعل(س،ص)⟸فعل(س)∧ اسم_مرفوع(ص)[1]

- 58- ← فعل_متعدي(س) ⟸ Eص [مفعول(س،ص)⟸ اسم_منصوب(ص)[2]]

فإذا تم الأمر على هذه الطريقة يمكن أن نستثمر هذه الصيغ اللزومية في اشتقاق معطيات جديدة، مثلا إنطلاقا من الصيغة (- **57**) نستخلص الصيغة الآتية:

- 59- ∽فعل(س) V ∽اسم_مرفوع(ص) ⟸∽فاعل(س،ص)[3]

لأن الصيغة (- 57-) تستلزم الصيغة (- 59-) وقد سبق أن برهنا عليها[4].

كما يمكن ان نستنتج من الصيغة (- **58**) المبرهنة الآتية:

- 60- ∽E ص [مفعول(س،ص)⟸ اسم_منصوب(ص)] ⟸∽فعل_متعدي(س)

∽∀ ص [مفعول(س،ص) ∧ ∽ اسم_منصوب(ص)] ⟸∽فعل_متعدي(س)

إذا استطعنا تخزين هذه المسلمات النحوية في نسق حاسوبي عندها يمكن اشتقاق أغلب مسائل النحو العربي القديم.

---

1 تعني هذه الصيغة أنه إذا كان س فاعل لـــ ص فإن س فعل وص اسم مرفوع.

2 تعني هذه الصيغة أنه إذا كان س فعل متعدي فإنه يوجد اسم منصوب ص بحيث يكون مفعولا للفعل س.

3 تقول هذه الصيغة إذا لم يكن س فعل أو لم يكن ص اسم مرفوع فإن ص ليس فاعلا لـــ س.

4 (أ⟸ب) ⟸(∽ب⟸∽أ)

8. منطق النحو الإعتمادي

سنقترح في هذا البحث نموذجا تحليليا بسيطا للجملة يستوفي مجموعة من الشروط، يأتي على رأس هذه الشروط ما يُعرف في اللسانيات بشرط البنيوية، فما معنى البنية؟، في مرحلة أولى يتوجب علينا التمييز بين منظورين تحليليين ؛ منظور تحليلي يستند إلى البنية[1] ومنظور متحرر من البنية، وسنختبر أيهما أنجع في توصيف المقدرة اللغوية للمتكلم...وسنخلص- بإذن الله وقوته- أن الدماغ البشري يحلل عناصر الجملة على أساس علاقاتها النحوية وليس بوصفها ذرات معجمية مستقلة، نسمي التحليل العلاقي بالتحليل المتقيد بالبنية أما الثاني فنسميه بالتحليل المتحرر من البنية، نوقشت هذه المسألة في اللسانيات المعرفية تحت عنوان 'فرضية الاعتماد البنيوي' structure-dependent hypotheses[2]، وتقوم هذه الفرضية على فكرة كون الدماغ البشري مبني فطريا بشكل يجعله يحلل عناصر الجملة النحوية وإنتاجها بوصفها مركبات مجردة لا باعتبارها ذرات مستقلة كما أشرنا إلى ذلك آنفا بحيث إن التحليل المتحرر من البنية هو تحليل خطي يقوم على علاقات موضعية من قبيل 'قبل' و'بعد'، أما التحليل البنيوي هو تحليل مجرد، في هذه الورقة تبنينا هذه الفرضية في سياق حديثنا عن المقدرة اللغوية منتقدين النظرة الذرية المتحررة من التركيب، لكن من منطلق لساني علاقي Dependency Grammar وهو منظور لساني مختلف عن الطرح التوليدي..

---

1 تعرف هذه الظاهرة في اللسانيات المعرفية بظاهرة الاعتماد التركيبي structure dependence وقد لجأ إليها تشومسكي من أجل اثبات فطرية اللغة ، حسب تشومسكي فإن دماغ الطفل مبني ومستعد لعدم الوقوع في أخطاء بنيوية مثل تكوين جملة الاستفهام الآتية :?Is the boy who smoking is crazy

2 انظر عرض تشومسكي لهذه المسألة في كتاب ' .Théories du langage, Théories de l'apprentissage Débat au Centre Royaumont , Noam Chomsky ,Jean Piaget صفحة:70. للمزيد من المعلومات حول هذه الخاصية بالذهن البشري أحيل القارئ على كتاب: (Stephen Crain and Rosalind Thornton. Investigations in Universal Grammar A Guide to Experiments on the Acquisition of Syntax and Semantics. A Bradford Book (2000)) صفحة:165 الفصل العشرون.

1.8. التحليل النحوي المتحرر من البنية

نفترض أننا صممنا برنامجا حاسوبيا للإعراب وقمنا ببرمجته لإعراب جملة مثل 'أكل الولد التفاحة' متبعا القاعدتين التاليتين[1]:

61- ق$_1$- ارفع الإسم الأول بعد الفعل (على أساس أنه فاعل)

ق$_2$-انصب الاسم الثاني بعد الاسم الأول (على أساس أنه مفعول به)[2].

سنحصل على جملة سليمة على الشكل الآتي:

62- أكل الولدُ التفاحةَ

رُفع الاسمُ الأولُ 'الولدُ' بمقتضى القاعدة (**61**-ق$_1$) على أساس أنه فاعل، بينما نُصب الاسمُ الثاني لكونه جاء بعد الاسم الأول عملا بالقاعدة (**61**-ق$_2$). بإتباع نفس المبدأ يمكن إعراب جميع الجمل التي تشترك مع (**62**-) في بنيتها، سواء أكانت باللغة العربية أم لغة أخرى، ولك أن تعدل في قواعد البرنامج حتى يستجيب لإعراب الجملة الفرنسية (**63** -)، حيث إن الفاعل '**je**' يسبق الفعل '**mange**' والمفعول 'la pomme' يعقب الفعل:

- 63- je mange la pomme

في الجملة الفرنسية يُسند الرفعُ[3] Nominative Case للاسم الأول 'je' قبل الفعل ويتخذ شكلا صرفيا محددا وهو الضمير je الذي لا يجوز أن يكون في موضع نصب مثل الجملة اللاحنة الآتية (**64** -)

- 64 -* tu donnes je une pomme

---

1 تندرج هذه القواعد ضمن ما يسميه تشومسكي بقواعد لا تعتمد على البنية (règles non dépendantes de la structure) وهي قواعد خطية تقوم على علاقات خطية من قبيل (قبل) و (بعد) انظر تفصيل هذه القواعد في (Stephen Crain، Rosalind Thornton 2000)

2 هذا التحليل الخطي يفترض أن عناصر الجملة مستقلة بعضها عن بعض ويعالجها باعتبارها ذرات كل ذرة توجد في خط التلفظ مستقلة عن الذرة السابقة.

3 الإعراب موجود في جميع اللغات ويتخذ أشكالا مختلفة ف je في الفرنسية تدل على إعراب الرفع و moi تدل على إعراب النصب و mon تدل على إعراب الجر..

2.8. التحليل النحوي المتقيد بالبنية

إلى غاية هذه المرحلة يبدوا أن البرنامج قد نجح في مهمته على أكمل وجه ولا داعي لمعرفة ما معنى الفاعل والمفعول -على الأقل عند هذه المرحلة من المعالجة الآلية-، لكن هل يمكن تطبيق ذينك القاعدتين في إعراب الجملة من نوع (أكل الولد العاقل التفاحة)؟

إذا قمنا بتطبيق القاعدتين على الجملة أعلاه سنحصل على جملة لاحنة (**65-**):

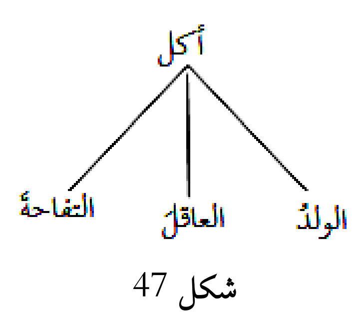
65- ⁕ أكل الولدُ العاقلَ التفاحة

لماذا أخفقت القاعدة (61-ق$_2$) في إعراب الكلمة 'العاقلَ' في (65-) وإلى ماذا يعود سبب هذا الإخفاق وكيف يمكن إصلاح هذا الخلل النحوي لدى الآلة؟

لا شك أن سبب ذلك راجع إلى أمرين:

أ. يتمثل الأمر الأول في كون البرنامج قام بتحليل الجملة خطيا معتمدا على علاقة خطية من قبيل 'بعد' و'قبل'.

ب. أما الأمر الثاني فإن البرنامج عالج الاسمين 'الولد' و'العاقل' باعتبارهما عنصرين مستقلين، غير مترابطين بمعنى أن 'العاقل' بدل أن يربطه البرنامج بـ 'الولد'، ارتبط بالفعل 'أكل' على أساس المفعولية[1].



شكل 47

لكن البنية الموضوعية لفعل 'أكل' تطلب موضوعين أو بتعبير النحو التقليدي أن الفعل 'أكل' لا يتعدى إلى مفعولين، ومن ثم تصبح الجملة (**65-**) لاحنة.

---

1 يتعين ربط جميع العناصر المعجمية داخل الجملة

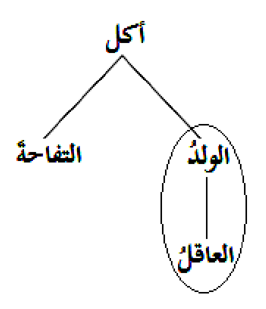
لذلك نحتاج من البرنامج أن يعالج العنصرين 'الولد العاقل' على أساس كونهما يشكلان مركبا واحدا أو وحدة نحوية واحدة، هذه المعالجة النحوية هي التي أسميناها آنفا بالمعالجة الآلية المتقيدة بالبنية، وحتى نتجنب الوقوع في خطأ مماثل يتعين إصلاح القاعدتين أعلاه آخذين بعين الإعتبار الطبيعة المركبية للجملة:

66- ق$_1$:ارفع الاسم الأول بعد الفعل (على أساس أنه فاعل)

ق$_2$: انصب الاسم الثاني بعد المركب الأول (على أساس أنه مفعول به).

مع القاعدة (**66**-ق$_2$) خطونا خطوة موفقة إذ نبهنا الحاسوب إلى كون (الولد العاقل) يمثل مركبا أو نواة ومن ثم سيجتازه الفعلُ إلى الاسم الثاني فينصبه.

- 67- أكل [الولدُ العاقلُ] التفاحةَ



شكل 48

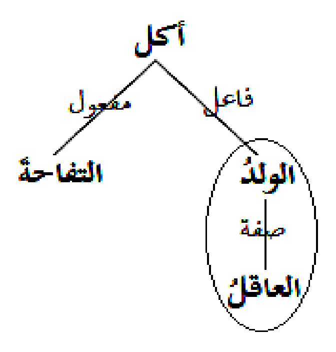
هذه الطريقة في المعالجة ستكون ملائمة فقط للجمل من النوع التي تلتزم بترتيب معين، ماذا لو افترضنا لغة تسمح بأكثر من رتبة (فعل-مفعول-فاعل) أو (مفعول-فعل-فاعل) شأن اللغة العربية حيث يتم تأخير الفاعل وتقديم المفعول كما تبين الجملتان العربيتان الآتيتان:

-68 -

أ. أكل التفاحةَ [الولدُ العاقلُ]

ب. التفاحةَ أكل [الولدُ العاقلُ]

ستقف القاعدتان أعلاه (66–ق$_1$–ق$_2$) عاجزة عن معالجة كل من (– 68–أ و –ب) لأن القاعدتين مؤسستان على فكرة الرتبة بينما عناصر الجملتين لا تلتزم بترتيب محدد حتى تُطبق عليهما القاعدة، ومن ثم نحتاج إلى قواعد غير خطية، قواعد تأخذ بعين الاعتبار الوظيفة النحوية التي يؤديها المركب النحوي الذي قد يتواجد في مواقع مختلفة داخل الجملة، وبالتالي سنضطر إلى إدخال مستوى تحليلي آخر يقوم على الوظيفة النحوية (فاعل،مفعول،حال،تمييز،خبر...)[1]، ومن شأن هذا التحليل الوظيفي ربط المركبات بعضها ببعض بواسطة روابط نحوية أو بتعبير الجرجاني بمعاني نحوية بشكل مجرد عن الرتبة كما سيبينه الشكل الآتي:



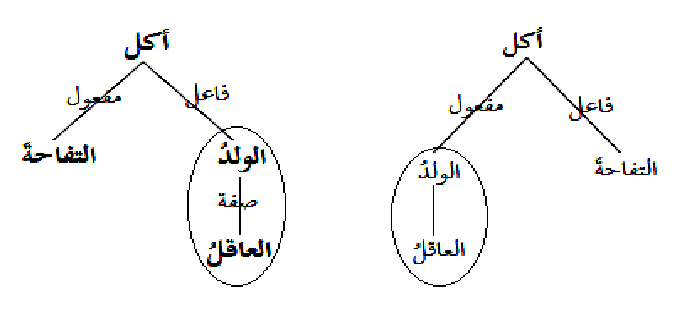
شكل 49: شجرة تركيبية

تقوم هذه الشجرة التركيبية على عنصرين رئيسين: عقدة ثم سهم، تندرج العقد ضمن ما يسمى في النحو التقليدي بأقسام الكلام (فعل،اسم،حرف..) أما الأسهم فتسمى بالروابط أو الوظائف النحوية (فاعل،مفعول...).

تمثيل الجملة شجريا بهذه الطريقة سيساعدنا على بناء بنية نحوية للجملة في استقلال تام عن تحققها الخطي التلفظي، والفرق بين الأمرين يكمن في كون التحقق الخطي يعطينا امكانية واحدة لترتيب عناصر الجملة في حين أن التمثيل الشجري من شأنه أن يعطينا جميع امكانيات التحقق الممكنة.

---

1 إن الرابط النحوي أشبه ما يكون بحبل خفي يربط النواة بعاملها حيثما كان.



شكل 50

1.2.8. التقعيد المنطقي للتحليل البنيوي:

يُعد التحليلُ البنيوي للجملة ضربٌ من ضروبِ الحسابِ الآلي ومن أجل تحقيق هذا الحساب في صورة منطقية مفهومة سنقوم بالتعبير عن الشجرة (شكل 50) بواسطة لغة منطق المحمولات من الدرجة الأولى مفترضين نوعين من المحمولات: النوع الأول يصف العلاقات النحوية بين كلمات الجملة من قبيل الفاعلية والمفعولية، بينما يندرج النوع الثاني من المحمولات ضمن العلاقات الوظيفية بين الجمل ويختص ببيان الزمن والإعراب...

في الجملة الممثلة في الشكل 50 توجد علاقتان عامليتان: علاقة الفاعلية الذي ستتخذ صورة محمول : فاعل () بموضوعين : 'أكل' و'الولد':

- فاعل (أكل،الولد)

أما المحمول الثاني هو مفعول() الذي يتخذ موضوعين: 'أكل' و 'التفاحةَ' ونصوغه رمزيا على الشكل الآتي:

- مفعول (أكل، التفاحة)

بحيث إن الموضوع الذي يأتي في الرتبة الأولى هو العامل بينما الموضوعات الثواني هي المعمولات، ومتى استحضرنا المعطى الإعرابي في علاقته بالعلاقات العاملية فسنخلص إلى القاعدة الآتية:

-69 -

أ. فاعل (أكل،الولد)⟸ مرفوع(الولد)

ب. مفعول(أكل،التفاحة) ⟸منصوب(التفاحة)

حيث يدل الرمز ⟸ على علاقة الاستلزام وتعني الصياغة (- 69-أ) أنه إذا كان 'الولد' فاعلٌ لأكل فإن الإسمَ 'الولد' مرفوع، أما الصياغة الثانية (- 69-ب) فتعني: إذا كانت 'التفاحة' مفعولا لأكل فإن 'التفاحة' منصوبة...

يمكن نقل القاعدتين (- 69-أ و ب) إلى صيغة أكثر تجريدا آخذين بعين الاعتبار خاصية التعدي للفعل :

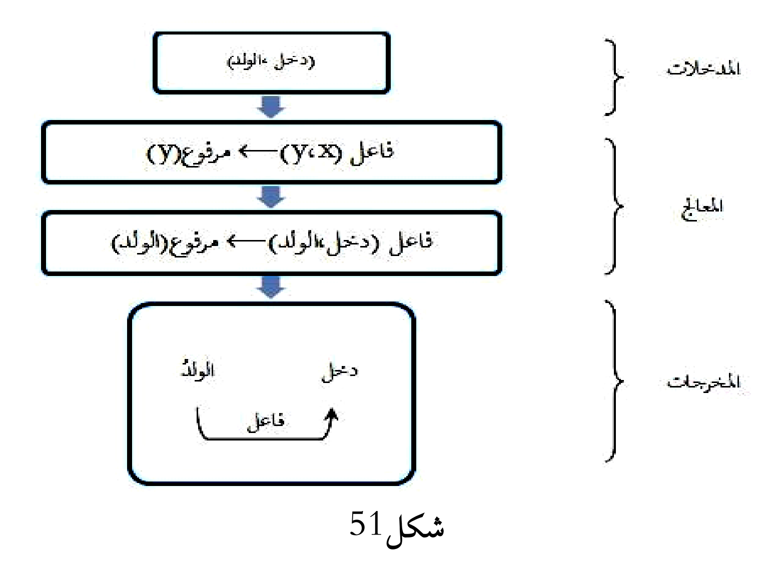
-70 -

أ. فاعل (y،x)⟵ مرفوع(y) حيث إن مجال تعريف x هو مجموعة الأفعال، ومجال تعريف y هو الأسماء.

ب. متعدي (x) ⟸zE [مفعول(x،z)⟸منصوب(z)]

وتعني الصياغة أنه إذا كان الفعل x متعديا، فإنه يوجد مفعول لـ x بحيث لا تتحقق المفعولية في الجملة ما لم يكن x متعديا.

في ضوء هذا التحليل يتضح أن الكلمات المعجمية لا تخرج عن وصفين ؛ إما أن تكون عاملة أو معمولة، إذا استطعنا إدماج هذه القواعد المنطقية في الكفاءة اللغوية حينئذ يمكننا الحديث عن آلة حاسوبية تقوم على ثلاثة مكونات :



شكل51

تمثل المدخلات مجموعة من المفردات اللغوية كل مفردة تنتمي إلى مقولة نحوية معلومة (فعل، اسم، حرف..) وتمتلك مجموعة من السمات الصواتية والدلالية، اعتمادا على هذه السمات يقوم المعالج أو الحاسوب تعليق المفردات اللغوية أزواجا أزواجا على مقتضى المعاني النحوية (الفاعلية والمفعولية...)

خاتمة القول في هذا الفصل أن التحليل الحاسوبي المركبي الذي يستند إلى البنية ويحلل الجملة على أساس العلاقات النحوية والوظيفية يفْضُل التحليل المتحرر من التركيب، وأن الحاسوب الذي يوجد في الدماغ البشري مطالب بتقسيم عناصر الجملة إلى قسمين : عناصر عاملة وأخرى معمولة تابعة لعامل واحد ووحيد، وأن كل معمول يُسند له إعرابٌ خاص (رفع،نصب،جر،جزم).يمكن صياغة هذا التحليل في قانون لساني يسمى بقانون العاملية الذي يلخصه التعريف الآتي:

تعريف 30 (قانون العاملية) كل عنصر في الجملة إما أن يكون تابعا أو متبوعا، يمكن للمتبوع أن يكون لديه أكثر من تابع.

2.2.8.النواة النحوية :

يوازي مفهوم النواة مصطلح المركبات في النحو التوليدي لكنه يختلف عنه في تفاصيل طفيفة سنقف عندها في موضع لاحق من هذا البحث. ويمكن تعريف النواة

بكونها مركبا نحويا مجردا يضم مجموعة من العناصر التابعة لعنصر وحيد يسمى رأس النواة، ولا يجوز أن يكون لهذه النواة أكثر من رأس، ولا ينبغي أن تتبع عناصر النواة لأكثر من رأس وبالتالي يمكن وضع تعريف للنواة على الشكل الآتي:

تعريف 31 : النواة هي مجموعة من العناصر تحقق الشرطين الآتيين :

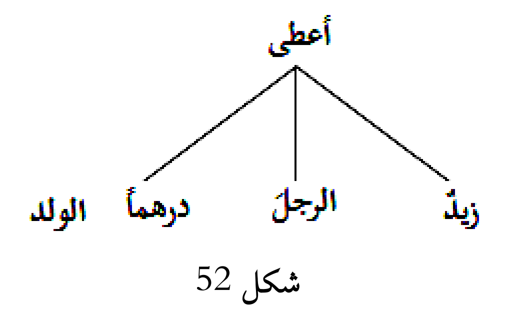
أ. يوجد في النواة عنصر وحيد وواحد يرأس النواة.

ب. كل عنصر تابع لا يجوز له أن ينتمي إلى أكثر من نواة.

ت. يوجد في الجملة عنصر لا يتبع لأي عنصر آخر، يسمى برأس الجملة أو جذر الجملة.

ينجم عن هذا التعريف للنواة أن جميع العناصر في الجملة يتعين ربطها، فإذا ما وُجد عنصر يبدو غير مربوط أو غير متبوع فيجب تقدير عنصر يُربط إليه، ويمكن رد لحن الجملة (- **70**) إلى كون العنصر 'الولد' غير مربوط بأي شيء يسبقه أو يتلوه.

- 70- * أعطى زيدٌ الرجلَ درهماً الولد



شكل 52

1.2.2.8. العامل والمعمول في النواة

يسمي النحوُ التقليدي المتبوعَ في النواة بالعامل في حين أن التابعَ يُسمى بالمعمول، نفس الفكرة انتقلت إلى النحو الإعتمادي على يد "لوسيان تانيار" لكن تحت اسم تابع-متبوع، تنتظم المعمولات مع عواملها في نويات، والجملة بكاملها تمثل نواة كبرى تتضمن نوى صغيرة ذات رؤوس تابعة لعامل وحيد أو الجذر.

إذا تأملت في الجملة الآتية :

- 71- [أكل [الضاربُ زيداً] [التفاحةَ اللذيذةَ]]

ستلاحظ أن (زيداً) يتبع لاسم الفاعل (الضارب) والرابطة النحوية التي تربطهما هي رابطة المفعولية، لكن ما الذي يمنع أن يتبع (زيداً) لـلفعل (أكل) أو لا يتبع لشـيء البتة؟

الاحتمال الثاني مستبعد لأن ما من عنصـر في الجملـة إلا ويتبـع لشـيء قبلـه أو بعده وإن كان معنويا[1]، بقيت دراسة الاحتمال الأول وهو كونه تابعا للفعل (أكل)، لا يمكن لهذا الاحتمال أن يصمد لأن لو كان الأمـر صـحيحا لأصـبح لفعـل أكـل ثلاثـة مواضيع وهي على التوالي (الضارب-زيدا-التفاحة) وهذا فوق مـا تسـمح بـه البنيـة الموضوعية للحمل أكل.

أكل : < اسم – اسم >

إذا أحصيت عدد المعمولات في الجملة السـابقة (- **71**) سـتجد ثـلاث عوامـل وهـي على التوالي :

- **الفعل أكل الذي يعمل في الضارب والتفاحة**
- اسم الفاعل 'الضارب' الذي عمل في 'زيداً'
- الاسم 'التفاحة' الذي عمل في الصفة 'اللذيذة'.

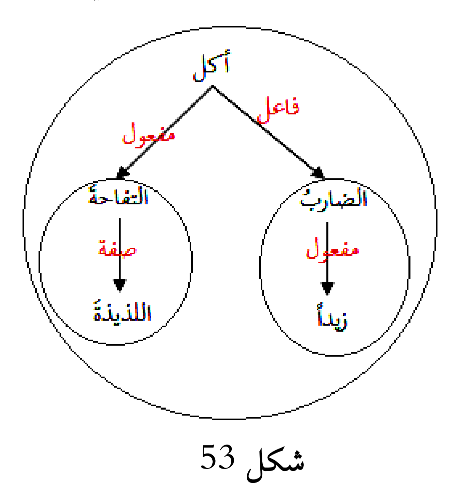
يُكَون كل عامل مع معمولاته **نواة** مستقلة يرأسها العامل (شـكل **53**) الـذي يبدوا حاجزا يمنع العوامل الأخرى من التحكم في معمولاته، فالفعل 'أكل' لا يقدر أن يتحكم في الاسم 'زيداً' لأن هذا الأخير لا ينتمي إلى نواته وإنما يتحكم فيه 'الضـارب'، فالنواة في ضوء هذا المفهوم تعتبر مجال تحكم العامل.

في ضوء ما سبق يمكن تعريف العامل والمعمول:

1 يسميه النحو التقليدي بالعامل المعنوي مثل الابتداء الذي يرفع المبتدأ.

تعريف 32 تنتظم المعمولات مع عواملها في نويات، والجملة بكاملها تمثل نواة كبرى تتضمن نوى صغيرة ذات رؤوس تابعة لعامل وحيد أو الجذر.

وتيسيرا للفهم سنمثل النواة بدائرة والعلاقة العاملية (فاعل، مفعول، صفة....) بسهم موجه حيث ينطلق من العامل ويستقر في المعمول[1] (شكل **53**).



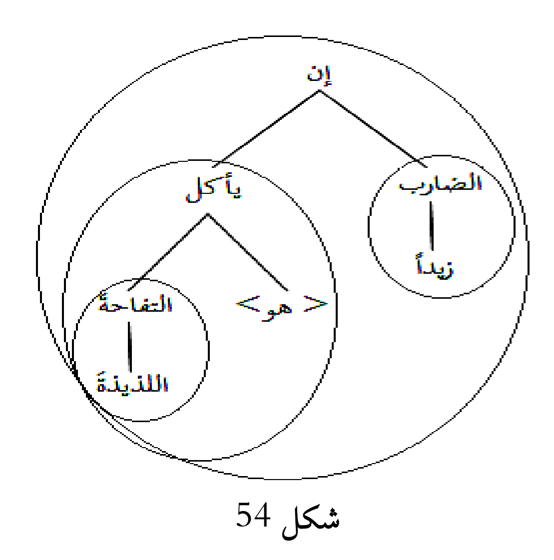
شكل 53

عمل الفعل 'أكل' في رأس النواة [الضاربُ زيداً] فأعطى للضارب الرفع، ثم في رأس النواة [التفاحةَ اللذيذةَ] فأسند للتفاحة النصب، لكنه توقف بعمله النحوي عند رؤوس النويات ولم يتجاوز عمله إلى داخل النواة ؛ فالرأس بهذا المفهوم يعتبر حاجزا ازاء عمل العامل الأول الذي عمل فيه، ويمكن ملاحظة ذلك عندما نغير العوامل في الرؤوس:

- 72- إن الضاربَ زيداً يأكل التفاحةَ اللذيذةَ

تحتوي هذه الجملة على أربع نويات : النواة الأولى هي الجملة بكاملها ويرأسها الناسخ الحرفي 'إن'، يولد هذا الرأس نواتين: نواة [الضارب زيدا] التي تقوم بوظيفة اسم_إن، ثم النواة الفعلية 'يأكل التفاحة اللذيذة'، تتضمن النواة الفعلية بدورها نويات فرعية المتشكلة من نواة فارغة [ضمير مستتر تقديره هو] ونواة معمولة وهي [التفاحة اللذيذة] التي ترأسها مفردة 'التفاحة'..

1 وبذلك يتحول النحو إلى أخطوط حيث إن العقد تمثل مفردات معجمية بينما الأسهم تمثل روابط معنوية.

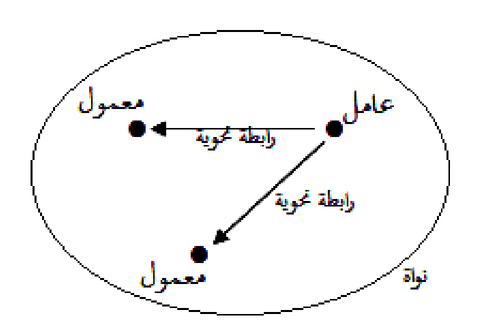


شكل 54

حاصل القول في هذا الباب أن عناصر الجملة تنقسم إلى صنفين عاملة ومعمولة، تؤلف العوامل النحوية مع معمولاتها نوى صغيرة ترأسها ولا يجوز لمعمول أن ينتمي إلى أكثر من نواة، وإذا افترضنا عكس ذلك لاختل النموذج التحليل الذي اقترحناه في التمييز بين عناصر الكلام..ولا أظن ذلك موجودا في لغات العالم كما تبين ذلك الأبحاث التي أجريت في إطار النحو الكلي...

في التحليل الذي قدمناها تعرفنا إلى أربعة مفاهيم رئيسة تقوم عليها بنية الجملة وتنظم عناصرها ونلخصها فيما يلي:

1. العامل هو الذي يعمل في المعمولات ويرأس النواة.
2. المعمول هو التابع للعامل ولكل معمول عامل وحيد.
3. الرابطة هي التي تربط بين العامل والمعمول وهي رابطة نحوية (فاعلية، مفعولية، خبرية...)
4. النواة هي حاصل ارتباط العامل بمعمولاته وتوازي المركب في النحو التوليدي، تتشكل النواة من عامل وحيد يرأسها يمثل مفردة معجمية ثم من معمولات تتبع للعامل بمقتضى رابطة معنوية يسميها النحو التقليدي بالمعنى النحوي.



شكل 55: النواة تتشكل من عامل ومعمول ورابطة نحوية

في النموذج أعلاه قمنا باقتصاد شديد في عدد العقد والأسهم حيث إن كل عقدة تمثل مفردة معجمية واحدة وكل سهم يمثل علاقة نحوية معينة،وبالتالي فإن التحليل البنيوي المقترح سيعالج فقط العقد (مفردات معجمية) والأسهم (علاقات نحوية) لا أقل ولا أكثر.

نحن الآن في وضع يسمح لنا بتعريف أولي للجملة:

تعريف 33 : تتكون الجملة من مجموعة متناهية من العناصر تجتمع زمرا في نويات، يرأس كل نواة عامل يرتبط بمجموعة متناهية من المعمولات، ويمكن صياغة ذلك كما يلي:

جملة = Λ عا (عامل، معمول)، حيث يرمز المحمول عا إلى علاقة نحوية تربط بين عامل ومعمول

3.2.8. استقرار النواة:

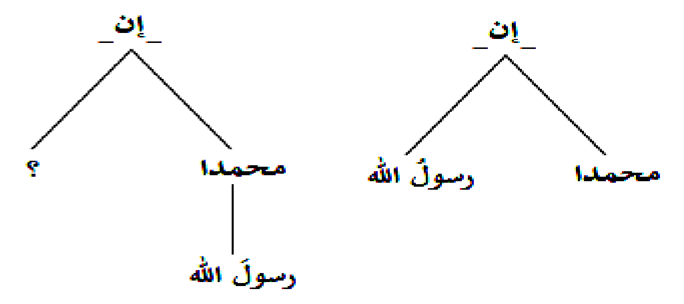
تُوصف النواة بعدم الاستقرار إذا لم تُشبع حاجيات عواملها، ويمكن فهم ذلك من خلال افتراض أن العناصر المعجمية تحتوي على سمة دلالية-تركيبية تضطرها إلى البحث عن شيء تلبي حاجاتها النحوية، مثلا: لام التعريف 'الـ' تحتوي على سمة 'حاجية' [= اسم] تضطرها إلى البحث عن اسم تلتصق به وتُمحى هذه السمة إذا وفقط إذا أشبعت أثناء عملية التعليق، إذا تأملت في المثالين أدناه وجدت أن الناسخَ

الحرفي 'إن' في (- **73**-أ) غير مشبع [1] ومن ثم النواة التي يرأسها غير مستقرة، بينما هو في (- **73**-ب) مشبع فأفضى ذلك إلى اسقرار النواة:

-73 -

أ. إن محمدا رسولَ الله

ب. إن محمدا رسولُ الله



شكل 56: على اليمين النواة مستقرة أما النواة على اليسار فليست مستقرة

مثال 48 : هل النوى في الجملة 'خرج الولدُ من' مستقرة؟

حرف الجر 'من' في الجملة يكون نواة غير مستقرة ومن ثم فالجملة لاحنة، لأنه إذا تأملنا في المدخل المعجمي للحرف 'من' سنجده :

من [-اسم]

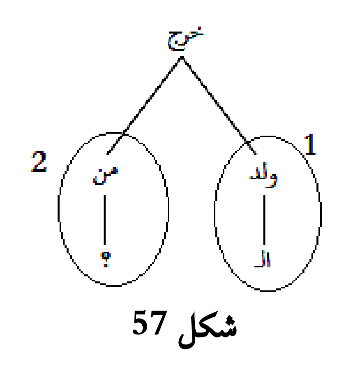
---

1 من المعلوم أن الناسخَ الحرفي 'إن' يتعدى إلى طرفين الطرف الاول يُسمى باسم إن والطرف الثاني يسميه النحو التقليدي بالخبر يمكن ترميز عدم الإشباع بالطرف مسبوق بناقص ، بالنسبة للناسخ الحرفي إن :

إن [-اسم ،-اسم]

لكن هذا الناسخ الحرفي في أحيان كثيرة تُشبع حاجياته التركيبية بمكون جملي مثل : 'إن الرجلَ يجلس فوق الحجرِ' فجملة 'يجلس فوق الحجر' جملة فعلية لذلك :

إن إن [-اسم ،-جملة]



شكل 57

من أجل إستقرار النواة الثانية من الشكل 57 يتوجب إشباع الحرف 'مـن' باسـم مناسب أما نواة الفعل خرج فهي مشبعة.

4.2.8. **روائز:**

كيف يمكن التعرف على النويات داخل الجملـة ؟ هنـاك مجموعـة مـن الروائـز تساعدنا على ذلك من بينها رائز الوصل وتطبيقه سيكون على الشكل الآتي:

1.4.2.8. **رائز الوصل:**

-74 -

أ. إن (المعطيَ (زيدا درهما) و (عمرا دينارا)) يأكل التفاحةَ اللذيذةَ.

ب. إن المعطيَ زيدا درهما (يأكل التفاحةَ اللذيذةَ) و (يمشي على الأرض مرحا).

ت. إن المعطيَ زيدا درهما يأكل (التفاحةَ اللذيذةَ) و (الخبزَ).

تشكل المركبات المعطوف عليها في كل من الجمل (- 74-) نويـات صـغرى مادامـت تسمح بالوصل عليها.

أما المركبات في الجمل اللاحنة الآتية فلا تشكل نواة:

- *إن المعطيَ زيدا درهما (يذهب) و(يرسم) إلى المدرسة

2.4.2.8. **رائز النقل:**

مر بنا في موضع سابق أن النواةَ 'الولد العاقل' يمكن نقلها إلى مواضع مختلفة من الجملة (- 75)، قبل المفعول في (- 75-أ) وبعـده (- 75-ب و ت) دونمـا أن يختـل الفهـم السليم للجملة.

-75 -

أ. أكل [الولدُ العاقلُ] التفاحةَ

ب. التفاحةَ أكل [الولدُ العاقلُ]

ت. أكل التفاحةَ [الولدُ العاقلُ]

لكن لا يمكن أن ننقل من داخل النواة عنصرا تابعا (- 76-أ) أو متبوعا (- 76-ب) وإلا سيفضي ذلك إلى جملة لاحنة:

-76 -

أ. * أكل [الولدُ] التفاحةَ العاقلُ

ب. * أكل [العاقلُ] التفاحةَ الولدُ

3.4.2.8.**رائز الحذف والإضمار:**

أحيانا تحذف النواة ولا يفضي ذلك إلى تغيير شيء في المعنى شريطة أن يحذف التابع مع متبوعه (- **77**-ب) وإلا أدى ذلك إلى تكون جملة لاحنة (- **77**-ت):

-77 -

أ. أكل [الولدُ الذي يبتسم] التفاحةَ

ب. أكل التفاحةَ

ت. * أكل [يبتسم] التفاحةَ

4.4.2.8.**رائز الاستبدال:**

يمكن استبدال النواة بنواة أخرى دونما أن يؤدي ذلك إلى لحن:

-78 -

أ. أكل [الولدُ الذي يبتسم] التفاحةَ

ب. أكل [أولادُ الحي] التفاحةَ

3.8.**آلية إنتاج الجمل: التعليق**

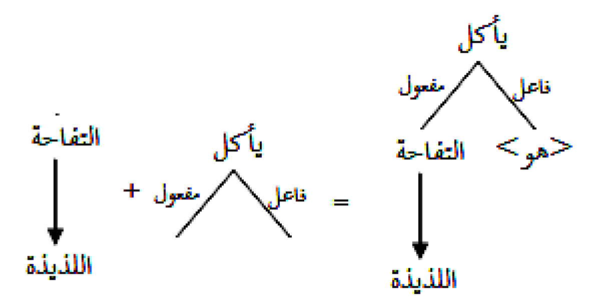
إذا افترضنا أن البرنامج الحاسوبي يقوم بمهمة ثانية وهي إنتاج الجمل، فإنه لا شك سينتج عقدا وأسهما بقدر عناصر الجملة المرادة، يقتضي منا ذلك افتراض آلية تنهض

وظيفتها الأساسية في تعليق العقد (الكلمات المعجمية) بعضها ببعض عن طريق ربطها بواسطة الأسهم (المعاني النحوية) مكونة نويات صغيرة وصولا إلى نويات أكبر، لنأخذ الجملة الآتية (– 72) وندرس كيف تتشكل وَفق هندسة النويات:

أ. تعليق (الضارب، زيد)مفعول = (الضارب زيداً)

ب. تعليق (التفاحة، اللذيذة)صفة = (التفاحة اللذيذة)

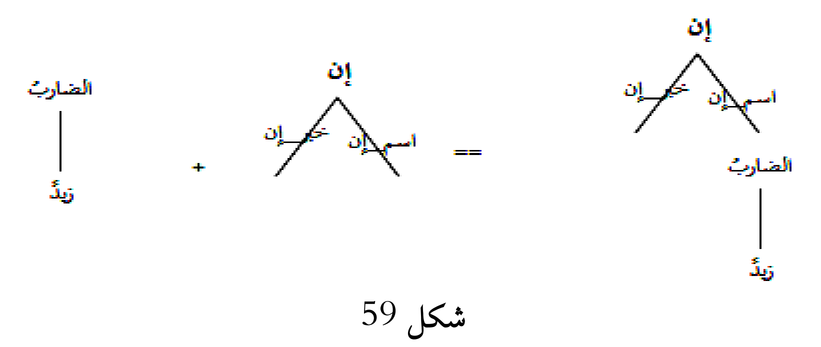
ت. تعليق (يأكل، (التفاحة اللذيذة)صفة)مفعول = (يأكل (التفاحةَ اللذيذةَ))



شكل 58

يحتاج الفعل 'يأكل' إلى عنصرين معجميين العنصر الأول يشبع حاجته الفعلية أما العنصر الثاني فسيملأ حاجته المفعولية، وبناء على ذلك يمكن القول أن الجملة التامة هي الجملة التي ستُلبى جميع حاجات عناصرها المعجمية يعبر النحو الإعتمادي عن ذلك بمفهوم التكافؤ Valency[1].

ث. تعليق (إن،(الضارب زيداً))اسم_إن = (إن (الضاربَ زيداً))

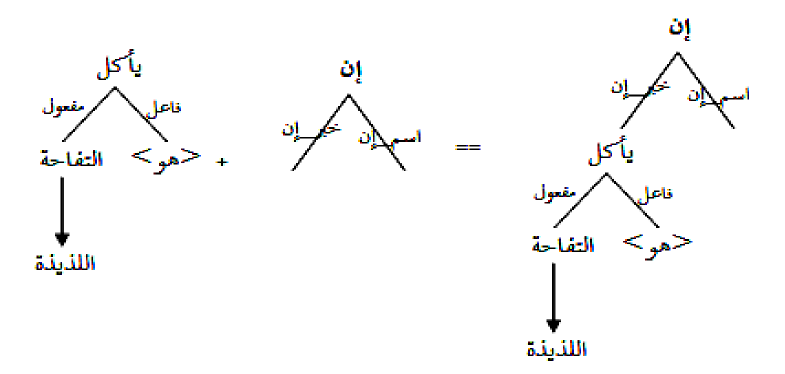


شكل 59

1 Vilmos Ágel and Klaus Fischer , Dependency Grammar and Valency Theory .The Oxford Handbook of Linguistic Analysis. Second edition. February 2015

انضمت النواة 'الضارب زيدا' إلى جانب 'إن' فلبت حاجتها الاسمية وحتى تنصهر الجملة المنضمة أسندت 'إن' إلى الضارب النصب.

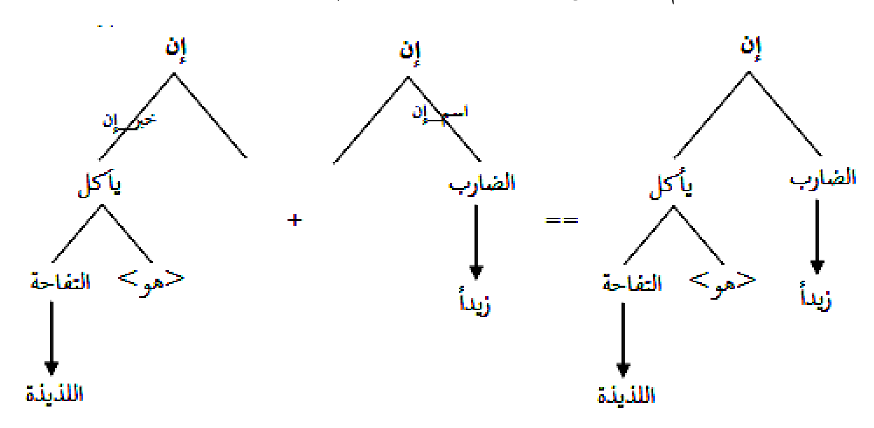
ج. تعليق (إن، (يأكل (التفاحة اللذيذة)))خبر_إن = (إن (يأكل (التفاحةَ اللذيذةَ)))



شكل 60

وأخيرا سنحصل على جملة تامة المعنى :

(إن (الضاربَ زيداً)اسم_إن (يأكل (التفاحةَ اللذيذةَ))خبر_إن)



شكل 61

بهذا المنجز استقرت الجملة تركيبيا ولم تعد في حاجة إلى مزيد. يمكن الخروج بالملاحظات الآتية بشأن تعليق وبناء النويات:

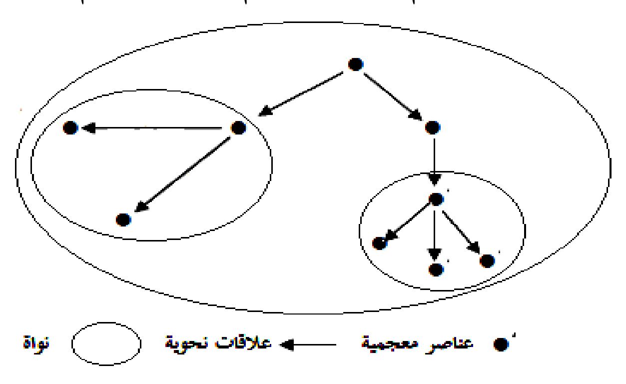
1. لا يتقيد دمج النويات وتعليق بعضها ببعض بترتيب معين.
2. ينتهي التعليق حالما تستقر النواة.

3. التعليق ليس خطيا وإنما يمكن أن تحدث تعليقات متزامنة.

4.8. منطق العلاقات والفئات :

في ما مر قدمنا صورة مجملة عما أسميناه بهندسة الجملة النحوية التي تتشكل من نوى صغيرة تتعالق فيما بينها لتكون نوى أكبر، وهكذا نصل إلى النواة التي تحتوي على جميع النوى، كل نواة تتألف من رأس وحيد ومجموعة منتهية من المعمولات التابعة للرأس. إذا استعرنا من نظرية المخطوطات الرياضية مفاهيمها أمكننا التعبير عن النحو بواسطة أخطوط موجه يتكون من أربعة عناصر رئيسة:

أخطوط النحو = { العقد، الأسهم، منطلق السهم، منتهى السهم }



شكل 62 : أخطوط النحو

حيث تمثل العقدُ الكلماتَ المعجمية والأسهمُ ترمز إلى العلاقات النحوية، كل سهم ينطلق من عامل إلى معمول، أضف إلى ذلك أن العقد والأسهم تنتظم في تكتلات نووية رمزنا إليها بخطوط مغلقة.

1.4.8. الفئات النحوية

توجد نوعان من الفئات النحوية فئات معجمية وتمثل المقولات التركيبية التي تنتمي إليها الكلمات مثل فئة الأسماء الحروف، ووظيفية مثل الزمن، الشخص، العدد..:

1.1.4.8. الفئات المعجمية :

سنحافظ على التقسيم النحوي القديم لأقسام الكلم ويمكن إضافة أقسام أخرى حسب اللغة، فالكلمة تتفرع إلى ثلاث مجموعات وهي الاسم والفعل والحرف.

1. الكلمة [1]

الكلمة = فعل U حرف U اسم

حيث U يشير إلى الاتحاد، ويلزم عن الصيغة أن أيا كان العنصر **س** من الأسماء أو الحروف أو الأفعال هو بالضرورة عنصر من الكلمات.

س ∈ **الكلمة** ← { س|س ∈ **فعل** V س ∈ **حرف** V س ∈ **اسم** }

حيث يرمز V إلى البدل المنطقي[2]، ويلزم من ذلك:

اسم(س)⟸كلمة(س)

2. **الجملة** وتشتمل على ثلاث مجموعات ؛ الجمل الاسمية والفعلية وشبه جملة.

الجمل = {جمل اسمية U جمل فعلية U شبه جملة }

2.1.4.8.الفئات الوظيفية:

تتكون من الفئات الآتية:

1- **العلامة** وتتضمن مجموعتين فرعيتين؛ علامة الاعراب والبناء.

علامة={علامة الإعرابUعلامة البناء}

تتكون فئة علامة الاعراب من مجموعات فرعية:

علامة الإعراب={علامة الجرU علامة الجزمU علامة النصبU علامة الرفع}

تتضمن فئة علامة الجر مجموعة من العناصر المنتهية:

علامة الجر=(الفتحة النائبة عن الكسرة، الكسرة، الكسرة المقدرة، ياء الاسماء الخمسة، ياء المثنى، ياء جمع المذكر السالم).

أما علامة الجزم فتتضمن:

علامة الجزم=(السكون، حذف نون الافعال الخمسة).

1 لا يمنع من إضافة فئات أخرى فهذا التقسيم خاص باللغة العربية ، لكن في اللغة الأنجليزية والفرنسية يمكن ان توجد فئات أخرى مثل فئة الصفة ، فهذا الأمر يخضع للتوسيط أي هو متغير .

2 يقابله في اللغة الطبيعية الحرف "أو"

في حين أن علامة النصب فإنها تشتمل على العناصر الآتية:

علامة النصب=(ألف الأسماء الخمسة، الفتحة الظاهرة، الفتحة المقدرة، الكسرة النائبة عن الفتحة، حذف نون المضارع، ياء المثنى، ياء جمع المذكر السالم)

وأخيرا علامة الرفع :

علامة الرفع=(ألف المثنى، الضمة الظاهرة، الضمة المقدرة، ثبوت نون المضارع، واو جمع المذكر السالم)

2- فئة **الجنس**: تتضمن قيمتين جنسيتين وهما قيمة التذكير والتأنيت تسند خاصة للأسماء لا الأفعال والحروف.

الجنس = (مذكر،مؤنث،مشترك).

3- فئة **العدد** : تشمل القيم: المفرد، المثنى والجمع، تسند للأسماء خاصة غير الأفعال والحروف.

العدد = (مفرد،مؤنث،جمع)

4- فئة **الوزن**: وهي مجموعة الأوزان التي تضبط الهيئة الصرفية للأسماء المتمكنة والأفعال المتصرفة.

5- فئة **الزمن** تضم ثلاثة عناصر الماضي والمضارع والمستقبل.

الزمن= (ماضي،مضارع،مستقبل)

6- فئة **الشخص** وهي مجموعة تحيل على عناصرها على وضعيات التلفظ؛ وضعية المتكلم، المخاطب والغائب.

الشخص = (متكلم،مخاطب،غائب)

فيما يلي تصنيف لأهم المجموعات الأولية مرتبة ترتيبا هرميا،كل فئة نحوية تورث للفئات المنضوية تحتها خصائصها النحوية، هكذا جميع الأصناف المتضمنة في الاسم ترث منه خاصية الاسمية ؛ ففئة الأسماء العاملة والمعارف تشترك جميعها في سمة الإسمية، ثم تنفرد كل فئة منها بأوصاف خاصة لا تجتمع في أختها. فوصف العاملية (عمل الاسماء) يميز بعض الأسماء عن غيرها ويجعلها مجموعة نحوية متميزة العناصر، تمايز لا يلغي اشتراكها وتقاطعاتها مع أفراد تنتمي إلى فئات اسمية أخرى..

الفئات	عناصر الفئات
ف1 الكلمة	
. **ف10** الاسم	
. . **ف101** اسم عامل	
. . . **ف1010** اسم التفضيل	
. . . **ف1011** اسم الفاعل	
. . . **ف1012** اسم الفعل	
. . . . **ف10120** اسم فعل الأمر	
. . . . **ف10121** اسم فعل الماضي	
. . . . **ف10122** اسم فعل المضارع	
. . . **ف1013** اسم المفعول	
. . . **ف1014** مصدر	
. . . **ف1015** اسم مصدر	
. . . **ف1016** الصفة المشبهة	
. . . **ف1017** مثال المبالغة	
. . **ف102** معرفة	
. . . **ف1020** اسم اشارة	ذا، ذي، تي، ذه، ته، ذان، ذين، تان، تين، أولاء، هنا، ثم
. . . **ف1021** اسم موصول	
. . . . **ف10210** موصول مختص	الذي، التي، اللذان، اللتان، اللذين، اللتين، الذين، اللاتي، اللائي
. . . . **ف10211** موصول مشترك	من، ما، أي، أل، ذا وذو
. . . **ف1022** ضمير	
. . . . **ف10220** ضمير بارز	
. . . . . **ف102201** ضمير متصل	
. . . . . **ف102202** ضمير منفصل	
. . . . **ف10221** ضمير مستتر	
. . . . . **ف102210** مستتر جوازا	

الفئات	عناصر الفئات
. . . . . ف102211 مستتر وجوبا	
. . . ف1023 علم	
. . . . ف10230 علم جنسي	
. . . . ف10231 علم شخصي	
. . . ف1024 معرف بالاضافة	
. . . ف1025 معرف بال	
. . . . ف10250 معرف بال الجنسية	
. . . . ف10251 معرف بال العهدية	
. . . . . ف102510 معرف بلام العهد الصريحي	
. . . . . ف102511 معرف بلام العهد الكنائي	
. . . . . ف102512 معرف بلام العهد الحضوري	
. . ف103 نكرة	
. . . ف1030 نكرة منصوبة	
. . . ف1031 نكرة مرفوعة	
. . ف104 اسم استفهام	
. . ف105 اسم محذوف	
. . ف106 اسم مرفوع	
. . ف107 اسم منصوب	
. ف11 حرف	
. . ف110 حرف عامل	
. . . ف1101 حرف نفي	ما، لا،لاتَ، إنْ
. . . ف1102 حرف جر	من، إلى، حتى، خلا، عدا، حاشا، في، عن، على، مذ، منذ، رب، اللام، كي، الواو،

الفئات	عناصر الفئات
	التاء، الكاف، الباء، متى.
. . . . **ف**11020 حرف جر أصلي	
. . . . **ف**11021 حرف جر زائد	
. . . . **ف**11022 حرف جر شبه زائد	
. . . **ف**1103 حرف نداء	
. . . . **ف**11030 حرف نداء القريب	
. . . . **ف**11031 حرف نداء البعيد	
. . . **ف**1104 حرف نصب	
. . . . **ف**11040 أخوات إن	إنَّ، أنَّ، لكنَّ، كأنَّ، ليتَ، لعلَّ
. . . . **ف**11041 لا النافية للجنس	لا
. . . . **ف**11042 ناصب المضارع	أن،لن،كي،إذن
. . . **ف**1105 حرف جزم	لم،لمَّا، لا الناهية، اللام الأمرية، إن الجزائية
. . **ف**111حرف استفهام	
. . **ف**112 حرف تفسير	
. . **ف**113 موصول حرفي	
. . **ف**114 حرف عطف	الواو، الفاء، ثم، حتى، أو، أم، بل، لا،لكن، إما
. . **ف**115 حرف محذوف	
. **ف**12 فعل	
. . **ف**120 فعل تام	
. . **ف**121 فعل ناقص	
. . . **ف**1210 أخوات كان	أصبح،أضحى، ظل، أمسى، بات، صار، ليس، مابرح، ما انفك، مازال، مادام
. . . **ف**1211 أخوات كاد	كاد، أوشك، كرب، عسى،حرى،اخلولق، شرع، طفق، أنشأ، بدأ، هب
. . **ف**122 فعل مرفوع	

الفئات	عناصر الفئات
. . **ف**123 فعل منصوب	
. . **ف**124 فعل مجزوم	
. . **ف**125 فعل محذوف	
ف2 علامة	
. **ف**20 علامة إعراب	
. . **ف**200 علامة رفع	ألف المثنى، الضمة الظاهرة،الضمة المقدرة، ثبوت نون المضارع،واو جمع المذكر السالم
. . **ف**201 علامة نصب	ألف الأسماء الخمسة، الفتحة الظاهرة، الفتحة المقدرة، الكسرة النائبة عن الفتحة، حذف نون المضارع، ياء المثنى، ياء جمع المذكر السالم
. . **ف**202 علامة جر	الفتحة النائبة عن الكسرة،الكسرة، الكسرة المقدرة،ياء الاسماء الخمسة،ياء المثنى،ياء جمع المذكر السالم
. . **ف**203 علامة جزم	السكون، حذف نون الافعال الخمسة
. **ف**21 علامة بناء	
ف3 جملة	
. **ف**30 جملة اسمية	
. **ف**31 جملة فعلية	
. **ف**32 شبه جملة	
. **ف**33 جملة في محل رفع	
. **ف**34 جملة في محل نصب	
. **ف**35 جملة في محل جر	
. **ف**36 جملة محذوفة	
ف4 جنس	مؤنث،مذكر، مشترك
ف5 زمن	ماضي،مضارع، مستقبل
ف6 عدد	مفرد، مثنى، جمع
ف7 وزن	

الفئات	عناصر الفئات
. ف70 وزن الاسم	
. . ف701 وزن المصدر	
. . . ف7010 وزن مصدر الثلاثي	
. . . ف7011 وزن مصدر الرباعي	
. . . ف7012 وزن مصدر الخماسي	
. . . ف7013 وزن مصدر السداسي	
. . . ف7014 مصدر ميمي	
. . . ف7015 مصدر صناعي	
. . . ف7016 مصدر المرة	
. . . ف7017 مصدر الهيئة	
. . ف702 وزن اسم الفاعل	
. . ف703 صيغة المبالغة	
. . ف704 وزن الصفة المشبهة	
. . ف705 وزن اسم المفعول	
. . ف706 وزن اسم المكان	
. . ف707 وزن اسم الزمان	
. . ف708 وزن اسم الآلة	
. ف71 وزن الفعل	
. . ف710 وزن مبني للمعلوم	
. . ف711 وزن مبني للمجهول	
ف8 شخص	متكلم،مخاطب، غائب

2.4.8. العلاقات النحوية

ليست عناصر المجموعات النحوية حشدا من الأسماء والحروف والأفعال المنعزلة، وإنما تدخل في علاقات اثنانية وثلاثية مع بعضها البعض مشكلة شبكة دلالية أوسع، ونضرب للعلاقة مثالا بعلاقة الفاعلية التي تربط بين اسم مرفوع وفعل مبني للمعلوم، بينما علاقة المفعولية فتصل الأسماء المنصوبة بأفعال، وتنقسم العلاقات النحوية إلى صنفين:

- صنف إعرابي أو عاملي يبين العلاقات الإعرابية بين المركبات النحوية مثل الفاعلية والمفعولية والخبرية والابتدائية والحالية..
- صنف وظيفي يبين الخصائص الزمنية والصرفية والجنسية للكلمات مثل العلاقة الزمنية التي تربط بين بعض الكلمات والزمن، وعلاقة الجنس التي تسند للكلمات قيم التذكير والتأنيث..

1.2.4.8. العلاقات العاملية:

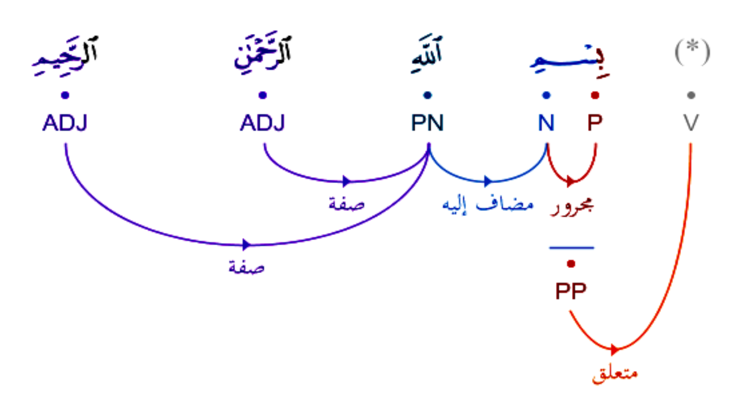
قمنا بتمثيل هذا الصنف من العلاقات في صورة أسهم في أخطوط تربط بين عقد (اسم،فعل،حرف)، العلاقة العاملية تربط بين عنصر من فئة معجمية بعناصر فئة معجمية أخرى:

علاقة عاملية (فئة معجمية، فئة معجمية)

حيث إن حيز العلاقة هي فئة معجمية ومستقر العلاقة هي الفئة المعجمية.

مثال 49 : بسم الله الرحمان الرحيم

في موقع البنك الشجري[1] نجد تحليلا طريفا لهذه الجملة ممثلا في الشكل 63:



شكل 63

توجد في مخطط الجملة خمسة أسهم تعبر عن العلاقات النحوية (صفة، مضاف_إليه، مجرور، متعلق)، تربط هذه الأسهم بين ست عقد. العقد هنا تمثل الكلمات كل كلمة تنتمي إلى مقولة تركيبية معينة فالكلمتان الرحمان والرحيم تنتميان إلى مقولة ADJ أي الصفة، والباء في 'بسم' تنتمي إلى مقولة الحرف P.يمكن اعتبار العقدة محمولا احاديا بذلك يمكن التعبير عن انتماء الباء إلى مقولة الحرف هكذا:

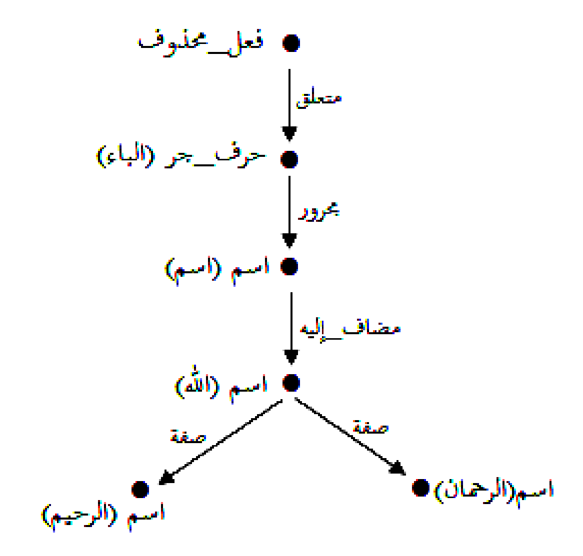
حرف(الباء)

الحروف تنقسم إلى أقسام وحروف الجر تعتبر فئة خاصة ضمن حروف الجر:

حرف_الجر ⊃ حرف

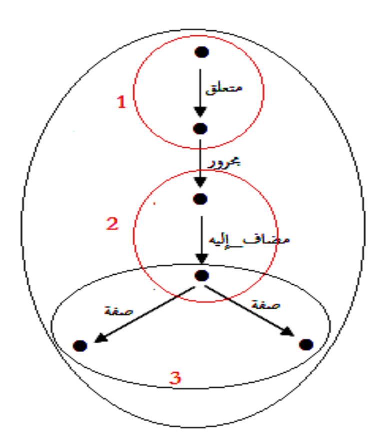
ومن ثم : حرف_الجر(الباء)

1 http://corpus.quran.com/treebank.jsp



شكل 64

تمثل العقد في المخطط (شكل 63) (شكل 64) محمولات أحادية: ((حرف_الجر(الباء)، اسم (اسم)، اسم_صفة(الرحمان)، اسم_صفة(الرحيم)، فعل_محذوف(.)).) بينما تمثل الأسهم في المخطط محمولات اثنانية تربط بين عنصرين (صفة (الله، الرحمان) – صفة (الله،الرحيم)- مجرور(بـ،اسم)-مضاف_إليه(اسم،الله))، أما النويات التي تتشكل منها الجملة فممثلة في الشكل 65



شكل 65

يرأس الفعلُ المحذوفُ النواةَ 1 التي تحتوي على عقدتين : حيث عقدة العامل هي الفعل المحذوف والمعمول هي الاسم 'اسم'. في النواة رقم 3 العقدة العاملة 'الله' تعمل في عقدتين معمولتين 'الرحمان' و 'الرحيم'.

في حساب المحمولات يحتل العامل(رأس النواة) موقع الموضوع الأول فإذا اعتبرنا المحمول الآتي :

- مضاف_إليه(اسم، الله)

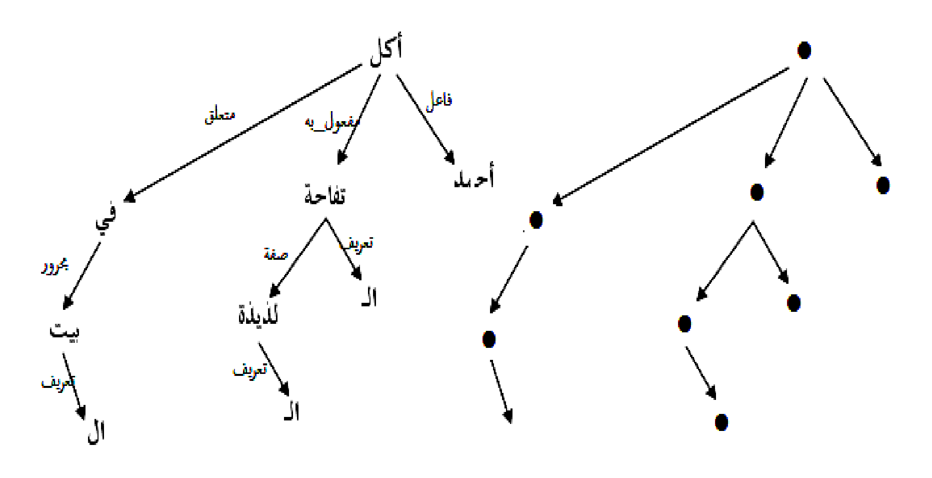
فإن الموضوع 'اسم' هو الرأس العامل، في حين أن لفظة الجلالة 'الله' تحتل موقع التابع أو المعمول. المعمول في مضاف_إليه يمكنه أن يشغل موقع العامل في علاقة الصفة :

- صفة(الله، الرحمان)
- صفة(الله، الرحيم)

العنصر الوحيد في مخطط الشكل 65 الذي لا يملك عاملا هو الفعل المحذوف، أما باقي العناصر فهي مسبوقة بعامل.

مثال 50 : أكل أحمدُ التفاحةَ اللذيذةَ في البيتِ

يمكن تمثيل هذه الجملة على الشكل الآتي :



شكل 66

العلاقة النحوية	العامل	المعمول	
فاعل	أكل	أحمد	يشكل الفعل أكل نواة تتكون من المتبوعات الآتية : أحمد، تفاحة، في.
مفعول_به	أكل	تفاحة	
متعلق	أكل	في	
مجرور	في	بيت	يكون حرف الجر نواة مع عنصر وحيد تابع هو البيت.
صفة	تفاحة	لذيذة	تشكل التفاحة نواة مع المتبوعات لام التعريف والاسم لذيذة.
تعريف	تفاحة	الـ	

حاصل القول في هذا الباب أن النحو عبارة عن بنية ذهنية تتكون من مجموعة من العناصر المعجمية والوظيفية تندرج ضمن فئات ثم من مجموعة من العلاقات النحوية.

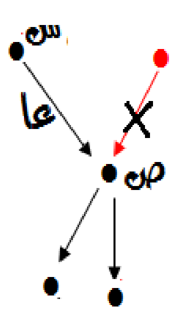
1.1.2.4.8.الخصائص المنطقية للعلاقات العاملية :

استطعنا من خلال الأمثلة السابقة تمثيل الجمل النحوية البسيطة من خلال نظرية المخططات لكن هذا النمذجة تبقى قاصرة ما لم يتم صورنتها من خلال نموذج جبري

للعلاقات والفئات وسنقوم بذلك من خلال المعطيات النحوية التي نتوفر عليها من خلال ما يصطلح عليه في النحو العربي بنظرية العامل النحوية، تتضمن هذه النظرية مجموعة من المسلمات النحوية سنعرضها على الشكل الآتي:

- 79- مسلمة العامل الوحيد

إذا اعتبرنا علاقة نحوية عا(س، ص) حيث يعمل س في ص فإنه يُمتنع في النحو العربي أن يوجد عاملان يعملان على نفس ص



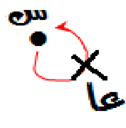
شكل 67

ويمكن التعبير عن ذلك جبريا على الشكل الآتي:

⊣ عا(س، ص) ∧ عا$_1$(ش، ص)⟸ س= ش

- 80- مسلمة عدم الانعكاس:

لا توجد علاقة عاملية منعكسة حيث تأخذ نفس العنصر في موضوعيها :



شكل 68

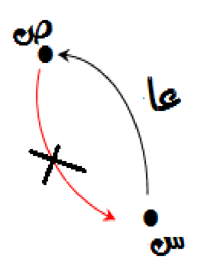
نصوغ ذلك محموليا :

⊣ ~عا(س، س)

معنى ذلك في النحو أنه لا يوجد عنصر يعمل في نفسه قد ترجمنا ذلك إلى نفي هذه العلاقة من النحو.

- 81- مسلمة عدم التناظر:

إذا كانت العلاقة عا(س، ص) حيث يعمل س في ص فإن ص لا يعمل في س



شكل 69

ونصوغ رمزيا ذلك على الشكل الآتي:

⊣⊢ عا(س، ص)⟸ ~عا(ص، س)

من الممكن التعبير عن هذه بطريقة أخرى على الشكل الآتي:

⊣⊢ عا(س، ص) ∧ ~عا(ص، س)

مثال : هذا ضاربٌ زيدًا

في هذا المثال تصح العلاقة العاملية (1) لكن نظيرها (2) لا يصح.

(1) مفعول_به(ضارب،زيدا)

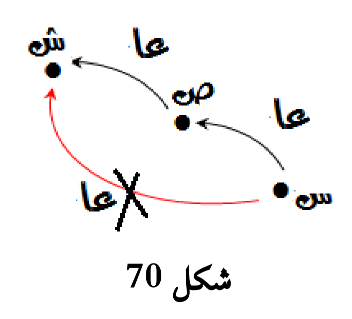
(2) مفعول_به(زيدا،ضارب)

هناك مشكل ورد في سياق الجدالات النحوية القديمة ويمكنه أن يضع قانون مسلمة عدم التناظر في محل شك، ويمكن تلخيص المشكل في كون الكوفيين يقرون بوجود تبادل التأثير بين المبتدأ والخبر حيث إن الخبر يرفع المبتدأ والمبتدأ يرفع الخبر بمعنى أنهما يترافعان.

الجواب عن هذا الإشكال هو أنه حتى لو سلمنا بتبادل التأثير بين الاسم والخبر فإنهما يتعاملان بعاملين مختلفين وليس بنفس العلاقة النحوية ومن ثم فإن مسلمة عدم التناظر تبقى صالح في توصيف العاملية.

- 82- مسلمة عدم التعدي:

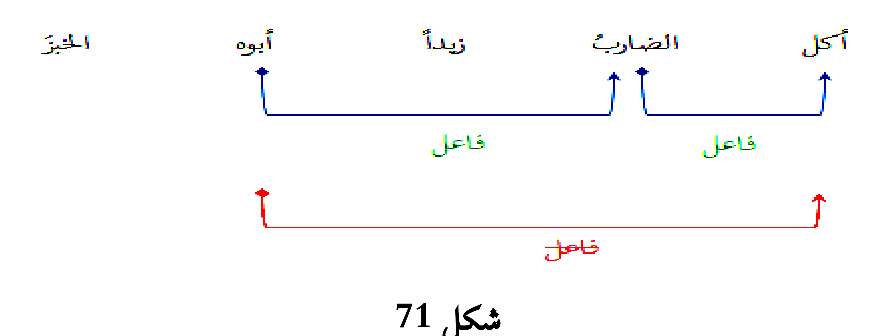
إذا كانت علاقة عا(س، ص) تربط بين س و ص، ووُجدت علاقة من نفس النوع عا(ص، ش) تربط بين ص وَ ش فإن العلاقة لا يجوز أن تتعدى لتربط بين س وَ ش.



شكل 70

⊣عا(س، ص) ∧ عا(ص، ش) ⟸ ∽عا(س، ش)

مثال : أكل الضاربُ زيدا أبوه الخبزَ



شكل 71

(1) فاعل(أكل، الضاربُ)

(2) فاعل(الضارب، أبوه)

لا يمكن أن نستنتج من (1) وَ (2) أن:

(3) فاعل (أكل، أبوه)

حاصل القول في هذا الباب أن هناك مجموعة من المسلمات تضبط استخدام العلاقات النحوية ونستجمعها في العلاقات الآتية:

-83 -

⊣ عا(س، ص) ∧ عا$_1$(ش، ص)⟸ س= ش

⊣ ∽عا(س، س)

⊣ عا(س، ص)⟸ ∽عا(ص، س)

⊣عا(س، ص) ∧ عا(ص، ش) ⟸ ∽عا(س، ش)

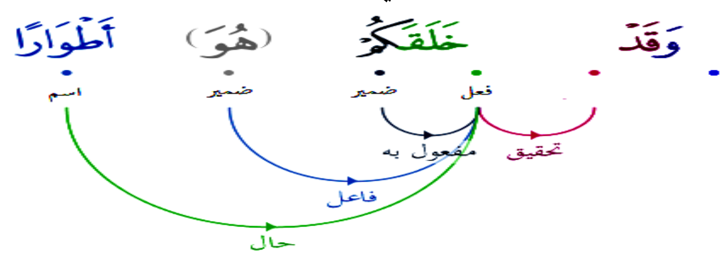
تعتبر هذه صحيحة في النسق أو بتعبير آخر تتحقق في النسق النحوي.

مثال 51 : (علاقة الحالية)

فإذا اعتبرنا علاقة عاملية في النحو فإنه لا يمكنها أن تخرج عن هذه الضوابط ونمثل لذلك بالعلاقة الحالية في قوله تعالى :

- 84- (وَقَدْ خَلَقَكُمْ أَطْوَاراً)[1]

يمكن تمثيل الآية الكريمة على الشكل الآتي:



شكل 72

ينتظم الفعل 'خلق' مع الاسم 'أطوارا' في علاقة حالية :

- 85- حال(خلق،أطوارا)

1 نوح:14

العلاقة الحالية تحقق جميع المسلمات النحوية الممثلة في (- **83**-) :

⊣ ∽حال(خلق، خلق)

⊣ حال(خلق، أطوارا)⟸ ∽حال(أطوارا، خلق)

2.2.4.8.العلاقات الوظيفية:

لم نتحدث عن الزمن والعدد والشخص والأوزان..أو باختصار عن السمات الوظيفية التي لا شك أنها تلعب دورا حيويا في تماسك النواة وصهر مكونات بعضها في بعض، تتوزع السمات الوظيفية بين ثلاثة أنواع:

1. سمات دلالية
2. سمات صوتية
3. سمات تركيبية

سنركز على السمات التركيبية تركيزا خاصا، سنعبر عن السمات التركيبية بالصيغة الرمزية الآتية[1]:

- 86- سمة : قيمة

مثلا سمة الزمن في اللغة العربية تتخذ ثلاث قيم وهي: ماضي، مضارع ومستقبل، بينما تُسند لسمة العدد ثلاث قيم كذلك: جمع، مثنى ومفرد ونصوغهما الصوغ الآتي:

- 87- زمن : ماض / مضارع / مستقبل

- 88-عدد : جمع / مثنى / مفرد

تختلف السمات الوظيفية من لغة إلى أخرى، وما يمكنه أن يكون سمة في لغة ما قد يكون مقولة معجمية في لغة أخرى؛ فسمة الزمن في العربية التي تتحقق من خلال وزن خاص وهو 'فَعَلَ' للدلالة على الماضي و'يَفْعَلُ' للدلالة على المضارع قد تتحول إلى مقولة مستقلة بذاتها مثل اللغة الصينية التي تعبر عن الزمن ليس بلواصق تلتصق

1 استفدنا من الترميز المعمول به في إطار HPSG انظر (Pollard and Sag ، 1987 ,)

بالفعل للدلالة على الزمن أو الجهة وإنما بمقولات معجمية تأتي بعد الفعل الذي يبقى بدون تغيير.

كما أن السمات لا ترتبط بمقولة معجمية ما ارتباطا ثابتا في جميع اللغات فمن المعروف أن الزمن سمة خاصة بالفعل، لكن ذكر 'إميل بنفينيست' Emile Benveniste أن في لغة 'تاباتولابال' Tübatulabal الزمن الماضي ينتمي إلى الاسم[1] مثل:

- 89-

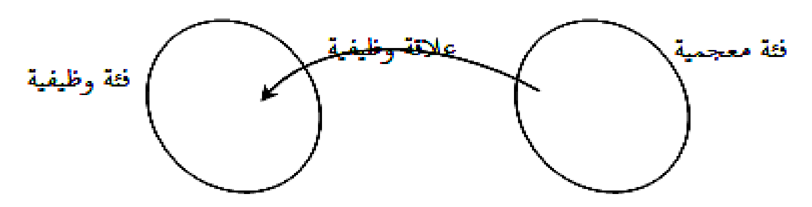
أ. منزل *hani 1*

كان منزلا ولم يعد الآن *hani pi 1*

من الناحية المنطقية عبرنا عن السمات بواسطة علاقات محمولية تبين الخصائص الزمنية والصرفية والجنسية للكلمات مثل العلاقة الزمنية التي تربط بين بعض الكلمات والزمن، وعلاقة الجنس التي تسند للكلمات قيم التذكير والتأنيث..وبالتالي فإن العلاقة الوظيفية تربط بين عناصر فئة معجمية وعناصر فئة وظيفية (فئة الزمن، فئة الجنس، فئة الجمع...)

علاقة وظيفية (فئة معجمية، فئة وظيفية)

حيث حيز العلاقة هي الفئة المعجمية ومستقر العلاقة هي الفئة الوظيفية.



إذا تأملنا في الجملة البسيطة الآتية: جلس الولدُ، يمكن استخراج علاقتين عامليتين وهما :

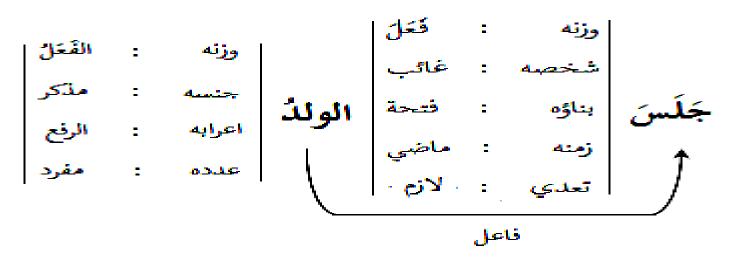
1. فاعل(جلس، ولد)
2. تعريف(الـ،ولد)

1 Emile Benveniste, Problèmes de linguistique générale , 1, 1966, Paris, Gallimard.p153.

أما العلاقات الوظيفية التي تتضمنها بنية الجملة :

- **زمنه**(جلس،ماض) حيث إن المحمول يربط **زمنه** بين الفعل 'جلس' وعنصر الزمن 'ماض'.
- **جنسه**(ولد،مذكر) حيث المحمول **جنسه** يربط بين الاسم 'ولد' وعنصر من مجموعة الجنس 'مذكر'.
- **عدده**(ولد،مفرد) حيث المحمول **عدده** يربط بين الاسم 'ولد' وعنصر من مجموعة العدد 'مفرد'.

ومن ثم يرتبط بكل عنصر معجمي مجموعة السمات تميزه عن غيره في شبكة العلاقات العاملية وهكذا نمثل العناصر بمصفوفة السيم على الشكل الآتي:



شكل 73

في الجدول الآتي نسرد للعلاقات النحوية المستعملة في النحو العربي مبرزين طرفي العلاقة التابعية حيث حيز العلاقة التابعية هو منطلق التابع أو الدالة، ومدى العلاقة هو قيمة العلاقة أو مستقر العلاقة. هذا وقد أعطينا لكل علاقة رقما واحدا ووحيدا حتى يسهل حوسبته آليا وتخزينه في قواعد البيانات.

والجدير بالتنبيه أن العلاقات مثلها مثل الفئات تندرج بعضها ضمن بعض بحسب علاقة العموم والخصوص؛ فعلاقة المفعول_به و مفعول_له أخص من علاقة مفعول، ومن ثم فإن العلاقتين ترثان من المفعولية خصائص عامة وهكذا بالنسبة لجميع العلاقات المندرجة بعضها ضمن بعض، ويمكن تمثيل صوري لذلك كما يلي:

- مفعول_له $\in$ مفعول
- مفعول_به $\in$ مفعول

العلاقة	حيز العلاقة	مدى العلاقة	ترميز
ع100فاعل	ف106 اسم مرفوع	ف12 فعل	فاعل(فعل،اسم)
		ف101 اسم_عامل	فاعل(اسم_عامل،اسم)
ع200 نائب_الفاعل	ف105 اسم_مرفوع	ف12 فعل {وزنه(فعل،مبني للمجهول}	نائب_الفاعل(فعل، اسم_مرفوع) نائب_الفاعل(فعل،شبه_جملة)
	ف32 شبه_جملة	ف1013 اسم_المفعول	نائب_الفاعل(اسم_المفعول،اسم_مرفوع) نائب_الفاعل(اسم_المفعول،شبه_جملة)
ع300 مفعول			
· ع3001 مفعول_به · ع3002 مفعول_به_ثان · ع3003 مفعول_به_ثالث	ف106 اسم_منصوب ف106 اسم_منصوب ف106 اسم_منصوب	ف12 فعل ف101 اسم_عامل	مفعول_به(فعل،اسم_منصوب) مفعول_به(اسم_عامل،اسم_منصوب) مفعول_به_ثان(فعل،اسم_منصوب) مفعول_به_ثالث(فعل،اسم_منصوب)
· ع3004 مفعول_فيه	ف106 اسم_منصوب		مفعول_فيه(فعل،اسم_منصوب) مفعول_فيه(اسم_عامل،اسم_منصوب)
· ع3005 مفعول_لأجله	ف106 اسم_منصوب		مفعول_لأجله(فعل،اسم_منصوب) مفعول_لأجله(اسم_عامل،اسم_منصوب)
· ع3006 مفعول_مطلق	ف106 اسم_منصوب		مفعول_مطلق(فعل،اسم_منصوب) مفعول_مطلق(اسم_عامل،اسم_منصوب)
· ع3007 مفعول_معه	ف106 اسم_منصوب		
ع400 اسم			
· ع4001 اسم_أخوات_إن	ف106 اسم_منصوب	ف11040 أخوات_إن	اسم_أخوات_إن(أخوات_إن،اسم_منصوب)
· ع4002 اسم_أخوات_كان	ف105 اسم_مرفوع	ف1210 أخوات_كان	اسم_أخوات_كان(أخوات_كان،اسم_مرفوع)
· ع4003 اسم_حرف_نفي	ف105 اسم_مرفوع	ف1101 حرف_نفي	اسم_حرف_نفي(حرف_نفي،اسم_مرفوع)
· ع4004	ف1030 نكرة_منصوبة	ف11041 لا_النافية_للجنس	اسم_لا_النافية_للجنس(لا_النافية_

العلاقة	حيز العلاقة	مدى العلاقة	ترميز
اسم_لا_النافية_للجنس			للجنس نكرة_منصوبة)
• ع4005 اسم_أخوات_كاد	ف105 اسم_مرفوع	ف1211 أخوات_كاد	اسم_أخوات_كاد(أخوات_كاد اسم_مرفوع)
ع500 خبر			
• ع5001 خبر_مبتدأ	ف105 اسم_مرفوع	ف105 اسم_مرفوع	خبر_مبتدأ(اسم،اسم)
	ف31 جملة_فعلية		خبر_مبتدأ(اسم،جملة_فعلية)
• ع5002 خبر_أخوات_إن	ف105 اسم_مرفوع	ف11040 أخوات_إن	خبر_أخوات_إن(أخوات_إن اسم_مرفوع)
	ف31 جملة_فعلية		خبر_أخوات_إن(أخوات_إن،جملة_فعلية)
• ع5003 خبر_أخوات_كاد	ف31 جملة_فعلية	ف1211 أخوات_كاد	خبر_أخوات_كاد(أخوات_كاد،جملة_فعلية)
• ع5004 خبر_أخوات_كان	ف106 اسم_منصوب	ف1210 أخوات_كان	خبر_أخوات_كان(أخوات_كان،ا سم_منصوب)
	ف31 جملة_فعلية		خبر_أخوات_كان(أخوات_كان،جم لة_فعلية)
• ع5005 خبر_حرف_نفي	ف106 اسم_منصوب	ف1101 حرف_نفي	خبر_حرف_نفي(حرف_نفي،اسم_ منصوب)
• ع5006 خبر_لا_النافية_للجنس	ف1031 نكرة_مرفوعة	ف11041 لا_النافية_للجنس	خبر_لا_النافية_للجنس(لا_النافية_ للجنس،نكرة_مرفوعة)
ع600 مجرور			
• ع6001 مجرور_بالاضافة	ف107 اسم_مجرور	ف103 نكرة	مجرور بالاضافة(**نكرة**،اسم_مجرور)
	ف35 جملة في محل جر		
• ع6002 مجرور_بحرف	ف107 اسم_مجرور	ف1102 حرف_جر	مجرور_بحرف(**حرف_جر،اسم_م جرور)**
ع700**تابع**			
• ع7001بدل			
• • ع70010 بدل_من_اسم • • ع70011 بدل_من_جملة • • ع70012 بدل_من_فعل	ف10 اسم ف3 **جملة** ف12 فعل ف11 حرف	ف10 اسم ف3 **جملة** ف12 فعل ف11 حرف	بدل_من_اسم(**اسم،اسم**) بدل_من_جملة(**جملة،جملة**) بدل_من_فعل(**فعل،فعل**) بدل_من_حرف(**حرف،حرف**)

العلاقة	حيز العلاقة	مدى العلاقة	ترميز
. . ع70013 بدل_من_حرف			
. ع7003 توكيد			
. . ع70031 توكيد_لفظي			
. . . ع700311 توكيد_اسمي	ف10 اسم	ف10 اسم	توكيد_اسمي(اسم،اسم)
. . . ع700312 توكيد_حرفي	ف11 حرف	ف11 حرف	توكيد_حرفي(حرف،حرف)
. . . ع700313 توكيد_فعلي	ف12 فعل	ف12 فعل	توكيد_فعلي(فعل،فعل)
. . . ع700314 توكيد_جملي	ف3 جملة	ف3 جملة	
. . ع70032 توكيد_معنوي			
. ع7004 نعت	ف10 اسم	ف10 اسم	نعت(اسم،اسم)
. ع7005 معطوف	ف10 اسم	ف10 اسم	معطوف(اسم،اسم)
	ف12 فعل	ف12 فعل	معطوف(فعل،فعل)
ع800 تمييز			
. ع8001 تمييز_ذات . ع8002 تمييز_نسبة	ف103 نكرة ف103 نكرة	ف10 اسم ف12 فعل	تمييز_ذات(اسم،نكرة) تمييز_نسبة(فعل،نكرة)
ع810 حال	ف103 نكرة	ف12 فعل	حال(فعل نكرة)
	ف3 جملة		حال(فعل، جملة
ع900 صلة	ف3 جملة	ف1021 اسم_موصول ف113 موصول حرفي	صلة(اسم_موصول،جملة)
ع910 منادى	ف106 اسم_منصوب	ف1103 حرف نداء	منادى(حرف_نداء،اسم_منصوب)
	اسم مبني على الضم		
ع911 مجزوم			
ع9110 مجزوم_بحرف	ف124 فعل_مجزوم	ف1105 حرف_جزم	مجزوم_بحرف(حرف_جزم،فعل_مجزوم)
ع9111 مجزوم_بالطلب	ف124 فعل_مجزوم		
ع912 منصوب_بحرف	ف123 فعل_منصوب	ف11042 ناصب_المضارع	منصوب_بحرف(ناصب_مضارع،فعل_منصوب)
ع913 اعرابه	ف10 اسم	ف20 علامة_اعراب	اعرابه(اسم،علامة_اعراب)
	ف12 فعل		اعرابه(فعل،علامة_اعراب)

العلاقة	حيز العلاقة	مدى العلاقة	ترميز
	ف3 جملة		اعرابه(جملة،علامة_اعراب)
ع914 بناؤه	ف10 اسم	ف21 علامة_بناء	بناؤه(اسم،علامة_بناء)
	ف12 فعل		بناؤه(فعل،علامة_بناء)
ع915 وزنه	ف10 اسم	**ف7 وزن**	وزنه(اسم،وزن)
	ف12 فعل		وزنه(اسم،وزن)
ع916 جنسه	ف10 اسم	**ف4 جنس**	جنسه(اسم،جنس)
ع917 عدده	ف10 اسم	**ف6 عدد**	جنسه(اسم،جنس)
ع918 زمنه	ف12 فعل	**ف5 زمن**	زمنه(فعل،زمن)
ع919 متعلق	ف32 شبه_جملة	ف12 فعل ف101 اسم عامل	متعلق(فعل،شبه_جملة) متعلق(اسم_عامل،شبه_جملة)

3.2.4.8. حساب العلاقات العاملية والوظيفية:

بعد التعرف عل العلاقات النحوية والوظيفية واعتبارها محمولات ثنائية، الآن نحن في موقع يسمح لنا بحسابها على مقتضى المنطق الصوري وستتم هذه العملية عن طريق توصيف هذه العلاقات في شكل مسلمات فلنأخذ الجملة في المثال (– **84**) التي يمكن تحليلها تركيبيا على الشكل الآتي:

– 90– حاله(خلق،أطوارا)⟸ إعرابه(أطوارا،نصب) ∧ تعريف(أطوارا،نكرة)

أو يمكن بالخروج بقانون عام باستعمال المتغيرات القضوية على الشكل الآتي:

– 91– (∀ س ∈ فعل / ∀ ص ∈ اسم) حاله(س،ص)⟸ إعرابه(ص،نصب) ∧ تعريف(ص،نكرة)

4.2.4.8. التشاكل النحوي

استطعنا أن نبني النحو بطريقة سمحت لنا بحسابه، والمعنى المتبادر كلما ذكرنا الحساب هو توليد مسائل ومعطيات جديدة من مقدمات أو مسلمات، لكن السؤال

الذي يتبادر إلى الذهن وهو هل بإمكاننا أن نستخلص جميع مسائل النحو العربي بالاتكاء فقط على هذه المسلمات التي قمنا بتوصيفها والتعبير عنها في شكل صيغ محمولية؟

عندما نعود إلى المباحث اللغوية القديمة نجد أن النحوي القديم كان لا يتوقف عند وصف بنية عناصر الجملة النحوية وتعالقاتها[1] في مستوياتها الدنيا، وإنما كان يتجاوز ذلك إلى عقد مقارنات بين البنى النحوية من قبيل تشبيه الفعل المضارع باسم الفاعل، وهكذا لا نجد بابا من أبواب النحو يخلوا من مقارنات وتشبيهات...وقد سمحت هذه المقارنة بنقل مجموعة الخصائص النحوية إلى مجال الهدف (الفعل المضارع) من مجال المصدر (بنية اسم الفاعل) هذه المقارنة البنيوية سميناها في هذا البحث بالمشاكلة النحوية، ويمكن أن نضرب للمشاكلة النحوية مثال شبه عمل إن بالفعل كما يبين الشكل 74، حيث درج النحاة على تقسيم العوامل اللفظية إلى ثلاثة أصناف: عوامل بحق الأصل، وعوامل بحق الشبه، وعوامل بحق النيابة[2]، ومن العوامل التي تعمل بحق المشابهة : (إن)، و(أن)، و (كأن)، و(لكن)، و(ليت)، و(لعل) ؛ فحرف 'إن' يشبه الفعل من قبل أنه يقتضي معمولين اسما وخبرا، مثلما اقتضى الفعل معمولين فاعلا ومفعولا، والشبه الحاصل بينهما جعل بنية 'إن' تابعة في أحكامها لبنية الفعل ومن جملة هذه الأحكام أن 'إن' جلبت حركتين إعرابيتين الرفع والنصب لمعموليها مثل الفعل، يمكن تسجيل ملاحظتين بالنسبة لهذه المقارنة التي عقدها النحاة في سياق هذه المشابهة:

- أولى الملاحظتين أن الشبه لم يكن بين عناصر المنظوم وإنما تم ذلك على مستوى

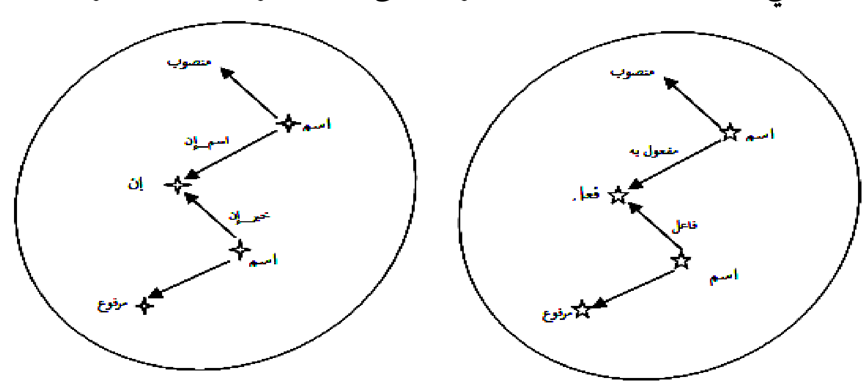
---

1 كنت في أنطلوجيا النحو العربي قد حولت المعطيات اللغوية المتفرقة في أبواب النحو (المرفوعات،المنصوبات، المفعولات..) إلى بنية نحوية ومن ثم أصبح النحو يرتد إلى فئات (اسم،حرف،فعل،زمن،الاعراب...) وعلاقات (فاعلية،مفعولية..)، فغدت البنيات النحوية تُعالج بنفس الطريقة التي تعالج بها البنياتُ الرياضيةُ من قبيل بنية الأعداد (N،+).وقد سمح لنا ذلك الخروج بالنحو العربي من التداول الخطابي إلى التداول الحسابي توطئة لإدماجه في علمي اللسان والميزان

2 ابن إياز ، قواعد المطارحة في النحو، تحقيق ودراسة: عبد الله عبد القادر الطويل ، دار الكتب العلمية ،2013.وقد جاء في الكتاب : 'هذا باب الحروف الخمسة التي تعمل فيما بعدها كعمل الفعل فيما بعده..'

بنية العلاقات التي تربط هذه العناصر

- ثاني الملاحظتين: أن المقارنة ركزت على بنية التحولات بين المنظومتين..



شكل 74

هذا التعلق بين المنظومتين يُسمى بالتشاكل التركيبي.

1.4.2.4.8. قوانين التشاكل في النحو:

إذا كانت بنية أ متشاكلة مع بنية ب ووجدت بنية ج متشاكلة مع بنية ب فهل يجوز نحويا أن نشاكل أ مع ج بحيث ينطبق عليها قانون التعدي؟ (– **92**) :

– 92– (أ تشاكل ب) ∧ (ب تشاكل ج) ⟵ (أ تشاكل ج)

هنا لا بد أن نذكر بمجموعة من الأمور يفترق بها منهج التشاكل النحوي عن التشاكل الرياضي المحض، فرُغم ما يجلبه التشاكل من أحكام نحوية للفرع فإن هذا التشاكل محكوم بقانون الجزئية الذي يمكن تلخصيه في كون التشاكل يحصل في جهات محدودة ولا يحيط علما بجميع الجهات،ومن ثم فهو تشاكل ضعيف..

وهذا يفسر لماذا التشاكل النحوي ينقل بعض الأحكام إلى الفرع ويترك أحكاما أخرى، من ذلك أن حرف النفي 'لا' لا ينون اسمه لأن "لا ضعيفة ؛ لأنها فرع 'إن'، التي هي فرع 'كان'، التي هي فرع الفعل الحقيقي فلم ينون اسمها."[1]

وحتى تتبين مدى خطورة آلية المشاكلة النحوية في توليد النحو سنوضح عملها من خلال الجدول الآتي:

1 ابن إياز ، قواعد المطارحة في النحو، تحقيق ودراسة: عبد الله عبد القادر الطويل ، دار الكتب العلمية ،2013.ص116.

المشابهة في العلاقات النحوية		
الطرف المشبه	الطرف المشبه به	الأحكام المترتبة عن المقارنة
المفعول له	الحال والتمييز	وجوب التنكير
فعل التعجب أفعِلْ بِهِ'	فعل الأمر	حذف الفاعل
الفعل المضارع	اسم الفاعل	إعراب المضارع
نائب الفاعل	الفاعل	رفع نائب الفاعل
ليس	الفعل غير المتصرف	البناء
فعل التعجب	الاسم	التصغير
لا+اسمها	خمسة عشر	البناء
الأسماء المبنية	الحروف	البناء
الضمائر	الحروف	البناء
أسماء الأفعال	حرف إن	البناء
أسماء (الذي إذا)	حروف	البناء
الفاعل	المبتدأ	الرفع
إن وأخواتها	الفعل المتعدي	الرفع والنصب
الجملة	المفرد	الإعراب+الحذف
حاشا الاسمية	حاشا الحرفية	البناء
أسماء الأفعال	الحرف	لا تتأثر بالعامل
الفعل المضارع	المبتدأ	الرفع بالعامل المعنوي
المصدر المنون	الفعل	قوة عمله
المصدر المقدر بأن والفعل	فعله المشتق منه	أبلغ في العمل ازدياد معنى الفعلية فيه
المصدر المعرف باللام	الفعل	الضعف في العمل ازدياد الاسمية فيه
أسماء ممنوعة من الصرف	الفعل	منع التنوين والجر

الخبر	الفعل	
المستثنى	المفعول به	النصب
المستثنى	المفعول معه	توسط الحرف
الحال	المفعول به	النصب
الحال	التمييز	النصب+التنكير
الحال	خبر كان	
ما،لا،لات،إن	ليس	رفع الاسم ونصب الخبر الدخول على الجملة الاسمية
المفعولات	المفعولات	النصب
المصدر	اسم الفاعل	
الصفة المشبهة	اسم الفاعل	
التعجب	أفعل التفضيل	
النعت	التوكيد	
عطف البيان	النعت	
عطف البيان	البدل	

خاتمة الكتاب

من الصعوبة بمكان تلخيص محتوى هذا الكتب في أسطر معدودات لاسيما إذا تعلق الأمر بالمنطق ونظرياته ثم محاولة تطبيقه في اللسانيات، وسيزداد الأمر صعوبة إذا استحضرنا المعطى الآتي أن الكثير من فروع المنطق لما تحظ بعد بشرف دخول حجرة الدرس بعالمنا العربي لا سيما في كليات الآداب مع مسيس الحاجة إليها، ويمكن استجماع نتائج هذا الكتاب في الملاحظات الآتية:

حاولنا مقاربة عملية الاستدلال في المنطق من ثلاث مقاربات أساسية :

- المقاربة الأولى نهجت طريقا دلاليا يتمثل في جداول الصدق بالنسبة لمنطق القضايا ومفهوم التحقق في نموذج بالنسبة لمنطق المحمولات من الدرجة الأولى، ولم نقف عند المنطق التقليدي إنما وسعنا من مجال تقييم القضايا فتحدثنا عن منطق المحمولات المرن.
- أما المقاربة الثانية فسعت إلى تعريف القارئ الكريم بما يُعرف بنظرية البرهان التي تقوم على ثلاث مكونات: لغة النسق ثم مجموعة من المسلمات وأخيرا مجموعة من قواعد الاشتقاق أو الاستدلال، لم نقتصر على الأنساق التقليدية (نسق هلبرت-أكرمان) إنما انفتح الكتاب على أنساق حدسية (نسق هايتين)، كما تطرقنا إلى نوعين من الأنساق ؛ النوع الاول يولي أهمية خاصة للمسلمات على حساب قواعد الاشتقاق بينما يعطي النوع الثاني أهمية كبرى للقواعد على حساب المسلمات.
- نقطة تواصل المقاربتين كانت في نظرية التمامية والقطعية وذكرنا أن الصحة هي وصف منطقي لكل نسق تكون فيه المبرهنات صيغا تحصيلية، بينما التمامية يستوفيها كل نسق تكون فيه كل الصيغ التحصيلية مبرهنة في النسق، وقد عبرنا عن هذه الخصائص النسقية بلغة رمزية بسيطة.
- في الفصل الخامس تطرقنا إلى طريقة إجرائية لا يستغني عنها كل منطقي في التحقق من اتساق النسق وهي طريقة تُعرف في الأدبيات المنطقية بشجرة الصدق التي ابتدعها العالم المنطقي 'بيث' وطورها آخروون.

- اعتمدت المقاربة الأخيرة في بحث عملية الاستدلال على مفهوم الحوار في تعريف الروابط المنطقية، تطورت هذه المقاربة في سياق النزعة الحدسية التي ظهرت مع 'بروويير' و 'هيتين' وقد طورها العالم الألماني لورنزن، يقوم المنطق الحواري على نوعين من القواعد قواعد جزئية تعرف الروابط المنطقية تعريفا جدليا في سياق الادعاء والاعتراض ثم قواعد بنيوية تنظم الحوار بصفة عامة وعن طريق تغيير هذه القواعد نحصل على صيغ متعددة من المنطق الحواري...
- بالنسبة للشق اللساني تناولنا بالدراسة مقاربتين مختلفتين للغة مقاربة توليدية ومقاربة اعتمادية:

درسنا المقاربة التوليدية للغة من خلال مفهوم مركزي وهو التكرار وحاصل القول في هذا الفصل أن التوليدية قد اعتمدت على مجموعة من الأدوات الرياضية لا سيما النظرية التكرارية في صورنة المكنزمات الذهنية التي تولد اللغة الطبيعية، وبذلك اختارت استراتيجية التوليد على استراتيجية التقييد. وكانت خاصية التكرارية عنوان هذه المكنزمات لكن تحديد التكرار لم يحظ بتعريف مرضي في الأدبيات التوليدية فترك الباب مفتوحا أمام تأويلين أهو تكرار بنيوي أم تكرار اجرائي، فإذا تعلق بالتكرار البنيوي فإن الجواب عن سؤال – 35– سيكون بالنفي بمعنى أن التكرار ليست خاصية بشرية تميز البشر عن باقي المخلوقات، أما إذا تعلق بالتكرار الإجرائي فإن الجواب عن السؤال سيكون بالإيجاب بمعنى أنه مهما كانت العبارة المولدة سواء أكانت مركبا حديا أم فعليا فإن التكرار موجود في قلب الجهاز الحاسوبي. وبذلك تكون عملية الدمج بنوعيها هي عملية تكرارية، هذا التكرار تسببه سمات أو نقائص توجد بالعناصر المعجمية تتمثل في السمات غير المأولة ويتوجب على الجهاز الحاسوبي أن يمحوه قبل الوصول إلى الأنساق الخارجية المتمثلة في النسق التصوري والنسق الحس الحركي.

- سعينا في الفصل المخصص للنحو الاعتمادي إلى إعادة تأسيس نظرية العامل النحوية على أساسيين رئيسين: أساس لساني يتمثل في نظرية الاعتماد النحوي التي طورها الفرنسي 'لوسيان تانيار'، ثم أساس منطقي استثمرنا فيه نتائج البحوث المنطقية التي تعرفنا عليها في هذا الكتاب...حاولنا تقديم البحث اللغوي المنطقي في صورة نسق نحوي برهاني.

المقابلات الأجنبية للمصطلحات

Associativity	Associativité	تجميع
Arity	Arité	رتبية
Argument	Argument	حجة
binary relation	Relation binaire	علاقة اثنانية
Boolean algebra	Algèbre de Boole	الجبر البولي
Calcul des Prédicat	Predicate Calculus	حساب المحمولات
Cartesian product	Produit cartésien	جداء ديكارتي
Commutativité	Commutativity	تبادلية
Compactness	Compacité	تراصية
Completeness	Complétude	تمامية
Conjunction	Conjonction	الوصل
Consistency	Consistence	اتساق
Constructive Logic	Logique Contructive	المنطق البنائي
Constructive logic	Logique Constructive	المنطق البنائي
Contraction Rule	régle de Contraction	قاعدة الإدغام
Contraposition	Contraposition	عكس النقيض
Cut	Coupure	قطع
Completeness	Complétude	تمامية
De Morgan's laws	lois de De Morgan	قوانين موركان
Description logics	Logique de description	المنطق الوصفي
Dialogics	Dialogique	المنطق الحواري
Disjunction	Disjonction	الفصل
Distributivity	Distributivité	توزيع
Domain	Domaine	مجال
Double negation	Double négation	النفي المزدوج
Duality	Dualité	الازواجية
Element	Element	عنصر

Empty Set	Ensemble Vide	مجموعة فارغة
Equivalence	Equivalence	تكافؤ
Excluded middle	tiers exclu	الثالث المرفوع
Extension	Extension	ماصَدق
First-order logic	logique du premier ordre	منطق من الدرجة الأولى
Formal system	Système formel	نسق صوري
Function	Function	دالة
Fuzzy Set	Ensemble Floue	مجموعة مرنة
Group	Groupe	زمرة
Abelian Group	Groupe Abéliane	زمرة آبلية
Comutative Group	Groupe Commutative	زمرة تبادلية
Graph Theory	Théorie des Graphes	نظرية المخططات
Idempotence	Idempotency	جمود
Inclusion	Inclusion	تضمن
Interpretation	Interprétation	تأويل
Interprétation	Interpretation	تأويل
Intersection	Intersection	تقاطع
Intuitionistic logic	Logique Intuitionistique	المنطق الحدسي
Law of Composition	Loi de Composition	قانون تركيب
Lattice	Treillis	شبكة
Main Theorem (Hauptsatz)	Théorème fondamental	النظرية الأساسية
Membership Degree	Degré d'appartenance	درجة العضوية
Membership Function	Fonction d'appartenance	دالة العضوية
Model	Modèle	نموذج
Modus ponens	Modus ponens	إثبات التالي
Modus tollens	Modus tollens	نفي السابق
Metamathematics	Métamathématiques	رياضيات فوقية
Morphism	Morphisme	تشكيل

Natural Language	langues naturelles	لغات طبيعية
Negation	Négation	التفي
Opponent	Opposant	المعارض
Particle Rules	Règles de Particule	قواعد جزئية
Prédicat	Predicate	محمول
Proof calculus	Calcul de la demonstration	حساب البرهان
Proof theory	théorie de la démonstration	نظرية البرهان
Proponent	Proposant	مدعي
Proposition	Proposition	قضية
Pragmatics	Pragmatique	تداوليات
Recursive	Récursive	تكراري
Reflexive relation	Relation réflexive	علاقة منعكسة
Relation	Relation	علاقة
Representation	Représentation	تمثيل
Predication	Prédication	إسناد (حمل)
Predicate	Prédicat	محمول
Rule of inference	Règle d'inférence	قواعد الاستدلال
Satisfaction	Satisfaction	التحقق
Second-order logic.	Logique du second ordre	منطق من الدرجة الثانية
Sequent calculus	Calcul des séquents	حساب المتواليات
Sound	Correcte	صحيح
Structural Rules	Règles Structurelles	قواعد بنيوية
Structure	Structure	بنية
Symmetric relation	Relation symétrique	علاقة متناظرة
System	Système	نسق
Substructure	Sous-structure	بنية فرعية
Submodel	Sous-modele	نموذج فرعي
Semantic	Sémantique	دلالة

Syntax	Syntax	تركيب
Tautology	Tautologie	صيغة تحصيلية
Théorème	Theorem	مبرهنة
Transitive Relation	Relation Transitive	علاقة متعدية
Truth table	Table de vérité	جدول الصدق
Theorem	Théorème	مبرهنة
Union	Union	اتحاد
Unary Operation	Opération Unaire	عملية أحادية
Term	Terme	حد
Validity	Validité	الصحة المنطقية
Weakening Rule	règles d'affaiblissement	قاعدة التوسيع
Minimum	Minimum	صغرى
Maximum	Maximum	قصوى
Variable	Variable	متغير
Quantifier	Quantificateur	مكممات، أسوار
Governor	Régissant	عامل

المراجع

المراجع بالعربية:

1. ابن السراج (2008)، الأصول في النحو، تحقيق محمد عثمان، مكتبة الثقافة الدينية،القاهرة.
2. ابن إياز (2013)، قواعد المطارحة في النحو، تحقيق ودراسة: عبد الله عبد القادر الطويل، دار الكتب العلمية.
3. ابن سينا، الاشارات والتنبيهات،مع شرح نصير الدين الطوسي، تحقيق سليمان دنيا، دار المعارف، الطبعة الثالثة
4. أسعد نادر الجنابي (2007)، المنطق الرمزي المعاصر،دار الشروق للنشر والتوزيع،عمان- الأردن، الإصدار الأول.
5. حسان الباهي (2000)، اللغة والمنطق بحث في المفارقات، المركز الثقافي العربي،دار الأمان للنشر، الطبعة الأولى.
6. سمية المكي (2015).الكفاية التفسيرية للنحو العربي والنحو التوليدي.دار الكتاب الجديد المتحدة.ليبيا.
7. طارق المالكي (2015)،انطلوجيا حاسوبية للنحو العربي، نحو توصيف منطقي ولساني حديث للغة العربية، دار النابغة للنشر والتوزيع،طنطا،.
8. طه عبد الرحمان (1998)، اللسان والميزان أو التكوثر العقلي،المركز الثقافي العربي،الدار البيضاء،الطبعة الأولى.
9. عبد الرحمان محمد طعمة (2016). البناء العصبي للغة دراسة بيولوجية تطورية.دار كنوز المعرفة.
10. عبد القادر الفاسي الفهري (1985)، البناء الموازي : نظرية في بناء الكلمة وبناء الجملة، دار توبقال،الدار البيضاء.
11. عبد القادر الفاسي الفهري (1998)، المقاربة والتخطيط في البحث اللساني العربي، دار توبقال،الدار البيضاء.
12. عبد اللطيف شوطا،عبد المجيد جحفة، عبد القادر كنكاي. قضايا في اللسانيات العربية.منشورات كلية الآداب والعلوم الانسانية.ابن مسيك الدار البيضاء.
13. الغزالي (2012)، المستصفى من علم الأصول، المكتبة العصرية.

المراجع بالأجنبية:

1. A.Lentin , J.Rvaud [1969], Leçons D'Algèbre Moderne , Paris LIBRAIRIE VUIBERT.
2. A.S. Troelstra, D. van Dalen [1988] Constructivism in Mathematics, Volume 1. Elsevier.
3. Alfred Tarski [1995], Introduction to Logic: and to the Methodology of Deductive Sciences , Dover Publications
4. Ali Benmakhlouf; Hourya Sinaceur [2004], Sémantique et épistemologie : hommage à l'œuvre de Hourya Benis-Sinaceur , Casablanca : Editions Le Fennec.
5. Andrew Radford [2006] , Minimalist Syntax Revisited. http://www.public.asu.edu/~gelderen/Radford2009.pdf.
6. Anita Wasilewska [2015] An introduction to Classical and Non Classical Logics, in http://www3.cs.stonybrook.edu/~cse371/.
7. Ben Ambridge [2008] , Caroline F. Rowland, Julian M. Pine , Is Structure Dependence an Innate Constraint? New Experimental Evidence From Children's Complex-Question Production. Cognitive Science 32 222–255
8. Berwick, Robert & D Friederici, Angela & Chomsky, Noam & Bolhuis, Johan.[2013]. Evolution, Brain, and the Nature of Language. Trends in cognitive sciences. 17. 10.1016/j.tics.2012.12.002.
9. Cedric Boecjx ,Linguistic Minimalism Origin , Concept , Method , and Aims. OXFORD UNIVERSITY PRESS.
10. Chomsky & Miller [1963] Introduction to the formal analysis of natural languages. Handbook of mathematical psychology.
11. Chomsky, N. (1995) The Minimalist Program, MIT Press, Cambridge Mass
12. Chomsky, N. (1999) Derivation by Phase, MIT Occasional Papers in Linguistics, no. 18

13. Chomsky, N., [1955]. The Logical Structure of Linguistic Theory. The MIT Press, Cambridge, Massachusetts.
14. Chris Collins and Edward Stabler [2011] , A Formalization of Minimalist Syntax.
15. Colin Phillips [1996] , Merge Right: An Approach to Constituency Conflicts in Proceedings of WCCFL 15, ed. by Brian Agbayani and Sze-Wing Tang, CSLI Publications.
16. Dalen, Dirk van , Logic and Structure [2004] , Springer-Verlag Berlin and Heidelberg,.
17. Daniel L. Everett [2005], Cultural Constraints on Grammar and Cognition in Piraha˜, Current Anthropology Volume 46, Number 4.
18. David Adger [2002] , Core Syntax: A Minimalist Approach.
19. David Adger [2008] , A minimalist theory of feature structure ,
20. David Adger –Peter Svenonius [2009], Feature in Minimalist Syntax.
21. David Hilbert W. Ackermann [1950] , Principles of Mathematical Logic , Edited by : Robert E. Translated by :Luce Hammond , Lewis M. Hammond (Translator), George G. Leckie , F. Steinhardt.
22. Dov M. Gabbay . John Woods [2009] , Handbook of the History of Logic ,Volume 5 , Logic from Russell to Church.
23. Dubois D., Ostasiewicz W., Prade H. [2000] , Fuzzy Sets: History and Basic Notions. In: Dubois D., Prade H. (eds) Fundamentals of Fuzzy Sets. The Handbooks of Fuzzy Sets Series, vol 7. Springer, Boston, MA.
24. E. M. Barth E. C. W. Krabbe [1982] From Axiom to Dialogue: A Philosophical Study of Logics and Argumentation (Foundations of Communication). De Gruyter.
25. Elliot Mendelson [2015], Introduction to Mathematical Logic (Discrete Mathematics and Its Applications) , Chapman and Hall/CRC; 6 edition.

26. EMIL L. POST[1944] , RECURSIVELY ENUMERABLE SETS OF POSITIVE INTEGERS AND THEIR DECISION PROBLEMS. Bull. Amer. Math. Soc.Volume 50, Number 5 , 284-316.
27. Emil Post,[1921] Introduction to a general theory of elementary propositions. American Journal of Mathematics. Volume 43. pp. 163-185.
28. Emile Benveniste[1966], Problèmes de linguistique générale , tome 1, Paris, Gallimard.
29. Gerhard Gentzen[1969], THE COLLECTED PAPERS OF GERHARD GENTZEN. Edited by. M. E. SZABO. Sir George Williams University. Montreal..
30. Hauser, M. D., Chomsky, N., & Fitch, W. T. (2002). The faculty of language: what is it, who has it, and how did it evolve?Science, 298, 1569–1579
31. Helge Ruckert , Why Dialogical logic ? in http://philosophie.phil.uni-mannheim.de/lehrstuhl_2/ls2_mitarbeiter/dr_helge_rueckert/downloads/wdl/wdl_rohfassung.pdf.
32. Herbert B. Enderton. [2001] A Mathematical Introduction to Logic, A Harcourt Science and Technology Company , Academic Press; 2nd edition
33. Heyting [1956] , Intuitionism an Introduction , North-Holland PUBLISHING COMPANY AMSTERDAM.
34. James Lobina, David. (2014). When linguists talk mathematical logic. Frontiers in psychology. 5. 382. 10.3389/fpsyg.2014.00382.
35. Jean Ladrière [1951], Le Théorème fondamental de Gentzen, Revue Philosophique de Louvain Année 1951 Volume 49 Numéro 23 pp. 357-384.
36. Jean-Blaise Grize [1972] , Logique moderne. Fascicule II, Logique des propositions et des prédicats, tables de vérité et axiomatisation , Mouton / Gauthier-Villars.

37. Jean-Blaise Grize [1972] , Logique moderne - Fascicule I : Logique des propositions et des prédicats, déduction naturelle, Mouton / Gauthier-Villars.
38. Jean-Blaise Grize [1972], Logique moderne - Fascicule 3 , Implications, Modalités, Logiques polyvalentes, Logique combinatoire, Ontologie et méréologie de Lésniewski , Mouton / Gauthier-Villars.
39. Jesse Alama [2015] , Dialogues for proof search , EPiC Series in Computer Science , Volume 33, Pages 65–70. in https://easychair.org/publications/open/248379.
40. Joseph Dopp [1952], La formalisation de la logique , Revue Philosophique de Louvain . Volume 50 Numéro 28 pp. 533-586.
41. Koji Fujita [2014], Recursive Merge and Human Language Evolution in Recursion: Complexity in Cognition. Tom Roeper Margaret Speas Editors.
42. L.A. Zadeh [1971], Toward a theory of fuzzy systems, in: R.E. Kalman, N. DeClaris (Eds.), Aspects of Network and System Theory, Rinehart & Winston, New York, 469-490.
43. Lakoff G. [1975] Hedges: A Study in Meaning Criteria and the Logic of Fuzzy Concepts. In: Hockney D., Harper W., Freed B. (eds) Contemporary Research in Philosophical Logic and Linguistic Semantics. The University of Western Ontario Series in Philosophy of Science (A Series of Books on Philosophy of Science, Methodology, and Epistemology Published in Connection with the University of Western Ontario Philosophy of Science Programme), vol 4. Springer, Dordrecht.
44. Lucien Tesnière [1988] , Éléments de syntaxe structurale, Klincksieck, 2e édition
45. Marcus Tomalin ,Linguistics and the Formal Sciences the origins of Generative Grammar.Cambrige Studies in Linguistics.

46. Massimo Piattelli-Palmarini [1982] , Théories du langage théories de l'apprentissage le débat entre Jean Piaget et Noam Chomsky , Points Essais, numéro 138.
47. Massimo Piattelli-Pamarini , théorie du langage théorie de l'apprentissage.
48. Naoki Fukui [2011]. Merge and Bare Phrase Structure, The Oxford Handbook of Linguistic Minimalism. Edited by Cedric Boeckx.
49. Norbert Hornstein . Jairo Nunes , Kleanthes K. Grohmann [2005]. Understanding Minimalism. Cambridge University Pres.
50. Paul Charles Rosenbloom [1955] , The Elements of Mathematical Logic , Dover Publications.
51. Paul E. Oppenheimer, Edward N. Zalta . [2011] Relations Versus Functions at the Foundations of Logic. Journal of Logic and Computation. Volume 21 Issue 2, Pages 351-374 Oxford University Press Oxford, UK
52. Paul Lorenzen [1967], Métamathématique , trad. de l'allemand par J. B. Grize , Mouton.
53. Paul Lorenzen [1965]., Formal logic , Translated from the German by Frederick J. Crosson , Dordrecht, : D. Reidel Pub. Co., [1965].
54. Peter Schroeder-Heister [2008] , Lorenzen's operative justification of intuitionistic logic , in One Hundred Years of Intuitionism (1907-2007), Springer Science & Business Media.
55. Pollard, C. and Sag, I. A. [1987]. Information-based Syntax and Semantics, Vol. 1:Fundamentals. Stanford, CA: CSLI Publications.
56. R. Searle & D. Vanderveken, Foundations of Illocutionary **Logic**, Cambridge University Press, 1985.
57. Rahman S., Keiff L. [2005] On How to Be a Dialogician. In: Vanderveken D. (eds) Logic, Thought and Action. Logic, Epistemology, and the Unity of Science, vol 2. Springer, Dordrecht.
58. Robert D. Levine and W. Detmar Meurers. Head-Driven Phrase Structure Grammar Linguistic Approach, Formal Foundations, and

Computational Realization. Encyclopedia of Language and Linguistics, Second Edition. Oxford: Elsevier.

59. Robert Feys [1946], Les méthodes récentes de déduction naturelle , Revue Philosophique de Louvain . Volume 44 Numéro 3 pp. 370-400.
60. Robert I. Soare , Computability and Recursion , in http://www.people.cs.uchicago.edu/~soare/History/compute.pdf.
61. Ron Nudel , Dianne F Newbury [2013]. FOXP2. WIREs Cogn Sci 2013, 4:547–560. doi: 10.1002/wcs.1247.
62. Rozsa Peter [1967] , Recursive Functions ,Academic Press New York and London.
63. S. Burris and H.P. Sankappanavar [1981] , A Course in Universal Algebra , Springer; 1 edition.
64. S. Burris , H. P. Sankappanavar [1981] , A Course in Universal Algebra , Springer-Verlag,
65. Sato M. (1997) Classical Brouwer-Heyting-Kolmogorov interpretation. In: Li M., Maruoka A. (eds) Algorithmic Learning Theory. ALT 1997. Lecture Notes in Computer Science (Lecture Notes in Artificial Intelligence), vol 1316. Springer, Berlin, Heidelberg. In http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.27.5241 &rep=rep1&type=pdf.
66. Sergey Avrutin [2006] Weak Syntax , .in Broca's Region , OXFORD UNIVERSITY PRESS p.49.
67. Stabler E. (1997) Derivational minimalism. In: Retoré C. (eds) Logical Aspects of Computational Linguistics. LACL 1996. Lecture Notes in Computer Science, vol 1328. Springer, Berlin, Heidelberg.
68. Stabler E. (2010). Computational perspectives on minimalism. revised version in C. Boeckx, ed. Oxford Handbook of Linguistic Minimalism, pp.616-641

69. Stephen Cole Kleene , Introduction To Metamathematic (Bibliotheca Mathematica).
70. Stephen Cole Kleene , [2009] Introduction to Metamathematics, Ishi Press ,
71. Stephen Cole Kleene , R.E. Vesley[1965].The Foundations of Intuitionistic Mathematics: Especially In Relation to Recursive Functions (Studies in Logic and the Foundations of Mathematics). North-Holland Pub. Co; First Edition edition.
72. Stephen Crain and Rosalind Thornton [2000]. Investigations in Universal Grammar A Guide to Experiments on the Acquisition of Syntax and Semantics. A Bradford Book.
73. Stephen G.Simpson ,Mathematical Logic.
74. Steven Pinker ,Ray Jackendoff [2005]. The faculty of language: what's special about it?, Cognition 95 (2005) 201–236
75. Stewart Shapiro , Logical Consequence, Proof Theory, and Model Theory , The Oxford Handbook of Philosophy of Mathematics and Logic.
76. Thomas Piecha , Dialogical Logic in http://www.iep.utm.edu/dial-log/.
77. Vilmos Ágel and Klaus Fischer [2015] , Dependency Grammar and Valency Theory.The Oxford Handbook of Linguistic Analysis. Second edition. .
78. William Weiss ,Cherie D'Mello [1997] , Fundamentals of Model Theory , Department of Mathematics University of Toronto.
79. Yosef Grodzinsky , Katrin Amunts[2006] Broca's Region , OXFORD UNIVERSITY PRESS.
80. Yurii Khomskii , Notes on Recursion Theory , in https://www.math.uni-hamburg.de/home/khomskii/recursion/Recursion.pdf.
81. Željko Bošković [2009] .On Unvalued Uninterpretable Features. Proceedings of NELS 39.

المواقع الالكترونية :

1. http://www2.let.uu.nl/uil-ots/lexicon/. . Editors: Johan Kerstens, Eddy Ruys, Joost Zwarts.
2. http://arabicontology.org.. Editor tarik elmalki.
3. http://linguistics-ontology.org.
4. https://math.stackexchange.com.
5. https://www.quora.com/
6. http://mathworld.wolfram.com
7. https://www.almaany.com.
8. http://corpus.quran.com/treebank.jsp.
9. http://philosophie.phil.uni-mannheim.de.
10. http://citeseerx.ist.psu.edu.